EDITORIAL
SEMANARIO R

FÍSICA

SEMINARIO DE INGRESO UNIVERSITARIO

Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Reconquista

SEMINARIO DE INGRESO UNIVERSITARIO

FÍSICA

FACULTAD REGIONAL RECONQUISTA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

El presente cuadernillo fue elaborado en el primer semestre del año 2019, dentro de las actividades previstas en el marco del Programa NEXOS, tomando como base el cuadernillo "Seminario Universitario Física 2007" confeccionado por docentes de la Facultad Regional Reconquista y el cuadernillo "Seminario Universitario" elaborado por la Secretaría Académica de UTN. Además, se ha trabajado con material de estudio recopilado de otras Facultades Regionales, Universidades y bibliografía afín; adecuando y precisando los contenidos requeridos por la normativa vigente en UTN.

Revisión de contenido y coordinación
Mg. Prof. Soledad Ardiles

Recopilación de contenido
Mg. Prof. Soledad Ardiles
Ing. Germán Leschiutta

Compaginación y edición
Ing. Germán Leschiutta
Tec. Luz Marina Ocampo

Dirección general del Programa NEXOS FRRq
Ing. Franco Cabás

A MODO DE BIENVENIDA

Estimados estudiantes ingresantes:

Bienvenidos a la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Reconquista. Como institución, los acompañaremos en el recorrido que están iniciando para que aquí puedan desarrollar, entre ustedes y junto con los docentes, saberes y herramientas, modos de comprender, de conocer y de buscar, que les permitan no sólo volverse profesionales competentes, sino también ciudadanos comprometidos y responsables con la sociedad de la cual formamos parte.

El *"ser estudiante universitario"* no viene dado de antemano, sino que se construye en un espacio de intercambios colectivos y procesos singulares, experiencias diversas y apuestas continuas. Espacio regulado por reglas propias y un lenguaje particular del cual poco a poco comenzarán a apropiarse. Anhelamos que este escenario en el que se entretejen vínculos, expectativas mutuas, necesidades y responsabilidades, opere como una red de sostén que permita que cada uno de ustedes pueda a futuro alcanzar las metas y los sueños que hoy los traen aquí.

En tal sentido, nos importa compartir que a lo largo de los años, la institución viene desarrollando un proceso de crecimiento tanto en su propuesta académica como en materia edilicia y vinculación con la comunidad, basándonos en la convicción de que la educación superior es un derecho que debemos garantizar asumiendo un compromiso ético, político y pedagógico cotidiano.

Haciendo un poco de historia, cabe mencionar que esta Unidad Académica fue creada el 21 de febrero del año 1986, inaugurada el 24 de abril de 1987 y reconocida como Facultad Regional en 2009. Desde el año 2008 contamos con edificio propio que es orgullo de todos los que la recorremos diariamente. Actualmente de dictan carreras de grado, pregrado y ciclos de formación.

Como misión, nos proponemos formar, de modo continuo e integral, profesionales con un alto nivel de competencia que les permitan destacarse por sus niveles de conocimiento, su formación ética y su compromiso con la mejora de la calidad de vida y el desarrollo sustentable de nuestra región. De igual modo, buscamos promover y realizar investigaciones científicas y tecnológicas que incidan tanto en la formación del estudiante, como en actividades de transferencia al medio. Por último, también trabajamos para generar, preservar y transmitir los productos de los campos científico, tecnológico y cultural para la formación plena del hombre y contribuir a su desarrollo y transformación.

De este modo, los invitamos a participar activamente de la vida institucional, confiando en que el diálogo y sus aportes contribuirán para fortalecernos y seguir creciendo.

Nuevamente, ¡Bienvenidos!

ÍNDICE

1. MAGNITUDES. UNIDADES DE MEDIDA

1.1. Magnitud Física

El hombre asigna atributos significativos a las personas o a las cosas, tales como longitud, peso, belleza o patriotismo. Pero no todo atributo que se asigna a un objeto se puede medir, expresar numéricamente. Existen procedimientos bien definidos para medir la longitud o el peso, pero no para la belleza o el patriotismo.

A los atributos o, hablando con más precisión en el campo de la ciencia, a las "propiedades" que son susceptibles de medición las llamamos magnitudes. Ejemplos de magnitudes físicas son el tiempo, el volumen, la temperatura, la fuerza.

La Física requiere de la medición de las propiedades asignadas a los cuerpos ya que la experimentación hace a la esencia de la investigación científica sobre el mundo natural, es la estrategia utilizada para construir conocimiento válido. La medición requiere del uso de instrumentos y de la aplicación de procedimientos especialmente diseñados. Así, por ejemplo, el termómetro se utiliza para medir temperaturas y el calibre para medir pequeñas longitudes.

Como resultado de la operación o proceso que llamamos medir obtenemos un número que, junto con el nombre de la unidad utilizada, expresa el valor de la cantidad que se ha medido. Así por ejemplo si medimos una distancia con una regla podremos expresar el resultado como 1,2cm.

Nos hemos referido a la Física vinculándola con el estudio de fenómenos naturales a los cuales, a lo largo de la historia, se ha procurado explicar, describir y predecir a través de un conjunto de enunciados (leyes de una teoría científica). Estas acciones (la explicación, la descripción y la predicción) requieren introducir magnitudes convenientes para estudiar fenómenos naturales.

Cotidianamente, también nosotros, utilizamos esas magnitudes para comprender, conocer, explicar y, en general, comunicarnos con los demás, pero en Física es conveniente diferenciar unas magnitudes de otras.

Existen sucesos que pueden describirse indicando sólo las medidas y las unidades correspondientes de las magnitudes que están involucradas en él por ejemplo el tiempo, la temperatura, la masa, etc. Este tipo de magnitudes se denominan escalares.

Hay otras magnitudes como la velocidad, la fuerza, etc., que necesita que se detallen más cosas para que queden bien identificadas. Estas magnitudes son las vectoriales.

1.2. ¿Qué significa medir?

Consideremos dos objetos que poseen una misma propiedad física, y existe un experimento que permita establecer una relación de orden y una relación de equivalencia entre las manifestaciones de la propiedad en ambos cuerpos, decimos que dicha propiedad constituye una magnitud medible. En base a esta idea se puede construir un patrón de medición y una escala.

Establecer el orden es comparar si la magnitud observada en A es mayor o menor que la observada en B y la relación de equivalencia es cuando el experimento determina que la magnitud observada en A es idéntica a la observada en B.

Un ejemplo directo puede construirse para analizar la propiedad masa gravitatoria. El experimento puede desarrollarse a partir de una balanza de platillos (formato elemental), la balanza permite decidir si uno compara dos cuerpos cual tendrá mayor masa. También permite establecer cuando son idénticas. Entonces la masa es una magnitud medible.

Medir una magnitud física es comparar cierta cantidad de esa magnitud con otra cantidad de la misma que previamente se ha escogido como unidad patrón. Por tanto, una unidad es una cantidad arbitraria que se ha escogido por convenio para comparar con ella cantidades de la misma magnitud.

Volvamos a nuestro ejemplo: Para cuantificar la masa construimos pesas que funcionan como patrones. Luego las pesas pueden combinarse para construir una escala, múltiplos y submúltiplo del patrón.

Si decimos que una pesa tiene un 1kg masa, y esa se toma como patrón el kilogramo es la unidad de medida. Luego por comparación puedo construir pesas de 100g, 500g, etc. con la cual se puede establecer una escala de medida.

Las magnitudes se pueden clasificar en magnitudes básicas y magnitudes derivadas.

Las magnitudes básicas son definidas por un determinado sistema de unidades en función de la factibilidad de reproducir el experimento que la caracteriza.

Las magnitudes derivadas son magnitudes que mediante cálculos pueden derivarse de las magnitudes fundamentales o pueden inferirse a través de una medida indirecta.

Al igual que las magnitudes, tenemos unidades básicas y unidades derivadas. Unidades básicas son las correspondientes a las magnitudes básicas al igual que las unidades derivadas son aquellas con las que se miden las magnitudes derivadas.

1.3. Sistemas de unidades

A lo largo de la historia el hombre ha necesitado emplear diversos sistemas de unidades para el intercambio comercial. Algunos han desaparecido y otros persisten en nuestros días:

- El sistema anglosajón de medidas, vigente en algunos países de habla inglés: millas, pies, libras, grados Farenheit.
- El sistema cegesimal (CGS): centímetro, gramo, segundo.
- El sistema técnico: metro, kilogramo fuerza, segundo.
- El sistema Giorgi o MKS: metro, kilogramo, segundo.
- El sistema métrico decimal, muy extendido en ciencia, industria y comercio, y que constituyó la base para la elaboración del Sistema Internacional.

Si bien cada país puede adoptar un sistema de unidades, existe una tendencia generalizada a adoptar un mismo sistema con el fin de facilitar la cooperación y comunicación en el terreno científico y técnico.

Es por ello que durante la XI Conferencia General de Pesas y Medidas celebrada en París en 1960, tomó la resolución de adoptar el llamado con anterioridad Sistema Práctico de Unidades, como Sistema Internacional, que es, precisamente, como se le conoce a partir de entonces.

El Sistema Internacional de Unidades (abreviadamente SI) distingue y establece, además de las magnitudes básicas y de las magnitudes derivadas, un tercer tipo son las denominadas magnitudes suplementarias.

Sólo siete magnitudes son necesarias para una descripción completa de la física:

MAGNITUDES BÁSICAS	UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL	
	NOMBRE	SÍMBOLO
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
temperatura absoluta	kelvin	K
Intensidad de corriente	amperio	A
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

A estas siete magnitudes básicas hay que añadir dos suplementarias asociadas a las medidas de los ángulos: el ángulo plano y el ángulo sólido.

La definición de las diferentes unidades básicas ha evolucionado con el tiempo al mismo ritmo que la Física. Así, el segundo se definió inicialmente como $\frac{1}{86400}$ la duración del día solar medio, ésto es, promediado a lo largo de un año.

Un día normal tiene 24 horas aproximadamente, es decir $24 \times 60 \times 60 = 86.400$ segundos; no obstante, ésto tan sólo es aproximado, pues la duración del día varía a lo largo del año en algunos segundos, de ahí que se tome como referencia la duración promediada del día solar.

Pero debido a que el periodo de rotación de la tierra puede variar, y de hecho varía, se ha acudido al átomo para buscar en él un periodo de tiempo fijo al cual referir la definición de su unidad básica.

- 1 metro (m): es la longitud del trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de $\frac{1}{299.792.458}$ de segundo.
- 1 kilogramo (kg): es la masa de un cilindro fabricado en 1880 compuesto de una aleación de platino-iridio (90% platino - 10% iridio), creado y guardado en unas condiciones exactas que se conserva en la Oficina de Pesas y Medidas en Sevres, cerca de París. Además de esté, hay copias en otros países que cada cierto tiempo se reúnen para ser regladas y ver si han perdido masa con respecto a la original.
- 1 segundo (s): unidad de tiempo que se define como la duración de $9.192.631.770$ períodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.
- 1 ampere (A): es la intensidad de corriente constante que, mantenida en dos conductores rectilíneos, paralelos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados a una distancia de un metro el uno del otro, en el vacío, produce entre estos conductores una fuerza igual a 2×10^{-7}N por cada metro de longitud.
- 1 kelvin (K): unidad de temperatura termodinámica correspondiente a la fracción $\frac{1}{273,16}$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
- 1 candela (cd): la intensidad luminosa, en dirección perpendicular, de una superficie de $\frac{1}{600.000}\,\mathrm{m}^2$ de un cuerpo negro a la temperature de congelamiento del platino (2,042K), bajo una presión de $101.325\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$.

- 1 mol (mol): cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012kg de carbono 12.

Algunas unidades derivadas:

- 1 coulomb (C): cantidad de carga transportada en un segundo por una corriente de un ampere.
- 1 joule (J): trabajo producido por una fuerza de un newton cuando su punto de aplicación se desplaza la distancia de un metro en la dirección de la fuerza.
- 1 newton (N): es la fuerza que, aplicada a un cuerpo que tiene una masa de 1 kilogramo, le comunica una aceleración de 1 metro por segundo, cada segundo.
- 1 pascal (Pa): es la presión uniforme que, actuando sobre una superficie plana de 1 metro cuadrado, ejerce perpendicularmente a esta superficie una fuerza total de 1 newton.
- 1 volt (V): es la diferencia de potencial eléctrico que existe entre dos puntos de un hilo conductor que transporta una corriente de intensidad constante de 1 ampere cuando la potencia disipada entre esos puntos es igual a 1 watt.
- 1 watt (W): potencia que da lugar a una producción de energía igual a 1 joule por segundo.
- 1 ohm (Ω): es la resistencia eléctrica que existe entre dos puntos de un conductor cuando una diferencia de potencial constante de 1 volt aplicada entre estos dos puntos produce, en dicho conductor, una corriente de intensidad 1 ampere, cuando no haya fuerza electromotriz en el conductor.
- 1 weber (Wb): es el flujo magnético que, al atravesar un circuito de una sola espira produce en la misma una fuerza electromotriz de 1 volt si se anula dicho flujo en 1 segundo por decrecimiento uniforme.

Existen otras unidades derivadas de las básicas como son, algunas de ellas:

Magnitud	**Unidad**
área	m^2
volumen	m^3
velocidad	m/s
aceleración	m/s^2
densidad	kg/m^3
luminancia	cd/m^2

Los múltiplos y submúltiplos de las unidades del SI representan potencias de diez de la unidad básica. Los múltiplos y submúltiplos más comunes en el SI son:

Prefijo	**Símbolo**	**Múltiplos o submúltiplos**
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Consejos útiles

Antes de realizar cualquier cálculo, debe comprobarse que todas las magnitudes tenga sus unidades correctas para la realización del mismo.

Una buena forma de saber si recordamos una fórmula en forma correcta, es colocar las unidades de cada magnitud involucrada y verificar que la unidad resultan es la correcta, a menos de las constantes.

Ejemplo

La densidad de un material es de $\rho = 3\,\mathrm{g/cm^3}$. Si tengo un cilindro de $5\mathrm{kg}$ realizado con ese material, ¿cuál será su volumen en $\mathrm{m^3}$?

Para resolver esta situación debemos expresar la densidad en las unidades adecuadas.

Debo transformar los g a kg y los $\mathrm{cm^3}$ a $\mathrm{m^3}$. Necesitamos dos factores de conversión, uno para cada cambio de unidad.

$1000\mathrm{g} =$ kg. En notación científica $1 \times 10^3\mathrm{g} = 1\mathrm{kg}$

$100\mathrm{cm} = 1\mathrm{m}$

$(100\mathrm{cm})^3 = (1\mathrm{m})^3$ o sea $1.000.000\mathrm{cm^3} = 1\mathrm{m^3}$. En notación científica

$1 \times 10^6\mathrm{cm^3} = 1\mathrm{m^3}$

Ahora hagamos el cambio de unidad

$$\rho = 3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}} = 3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}} \cdot \frac{1\mathrm{kg}}{10^3\mathrm{g}} \cdot \frac{10^6\mathrm{cm^3}}{1\mathrm{m^3}}$$

Si hacemos la simplificación de unidades y las cuentas, nos queda:

$$\rho = 3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}} = 3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}} \cdot \frac{1\mathrm{kg}}{10^3\mathrm{g}} \cdot \frac{10^6\mathrm{cm^3}}{1\mathrm{m^3}}$$

$\rho = 3 \times\ 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$

Sabiendo que

$$\rho = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{vol}}$$

Despejamos el volumen

$$\mathrm{vol} = \frac{\mathrm{m}}{\rho}$$

Ahora

$$\mathrm{vol} = \frac{5\mathrm{kg}}{3 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}} = 1{,}67\mathrm{m^3}$$

El cilindro tendrá un volumen de $1{,}67\ \mathrm{m^3}$.

1.4. Ejercicios unidad 1

1) Analiza cuáles de los siguientes parámetros pueden considerarse magnitudes físicas y por qué:

a. La velocidad

b. La belleza

c. La rugosidad

d. La masa

2) ¿Qué unidad es la más conveniente para expresar la superficie de:

a. un terreno?

b. un piso?

c. una hoja de papel?

3) Indica cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles falsas:

a. La masa de un televisor de 20 pulgadas es menor que 1kg

b. La masa del libro de física es mayor que 1dg

c. La masa de una caja de fósforos es menor que 1cg

4) Sustituye los puntos suspensivos por el número o unidad que corresponda:

a. $7{,}5\text{ m} = 750\ \ldots = 0{,}75\ \ldots$

b. $0{,}9\text{km} = \cdots\ \text{dm} = \cdots\ \text{dam}$

c. $8{,}34\text{hl} = 8340\ \ldots = 0{,}834\ \ldots$

d. $743{,}2\text{dag} = \cdots\ \text{g} = 7{,}432\ \ldots$

5) Completa:

a. $27\text{ mm} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{cm} = \ldots\ldots\ldots\ \text{m}$

b. $4{,}5\text{km} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{dam} = \ldots\ldots\ldots\ \text{dm}$

c. $15\text{m} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{km} = \ldots\ldots\ldots\ \text{cm}$

6) Expresa en centilitros las siguientes cantidades

a. 4mL

b. $0{,}75\text{daL}$

c. 7kL

d. $1{,}9\text{L}$

7) Expresa en m^2 las siguientes medidas de superficie:

a. 2dam^2

b. 35cm^2

c. $4{,}8\text{hm}^2$

8) Expresa en litros las siguientes cantidades:

a. 65cm^3

b. $0{,}0042\text{hL}$

9) Indica qué cantidades son mayores que 1 gramo:

a. 53cg

b. $0{,}7\text{dag}$

c. $0{,}003\text{kg}$

d. 7554mg

10) La velocidad de la luz en el vacío es de $3 \times 10^8 \text{m/s}$.

a. Expresa la velocidad de la luz en kilómetros por hora.

b. ¿Cuántas veces podría viajar un rayo de luz alrededor de la Tierra en un segundo? El radio de la Tierra es de $6{,}37 \times 10^6 m$.

c. ¿Qué distancia recorrería la luz en un año? A esta distancia se le llama año luz.

11) La densidad de un sólido es de 3g/cm^3, calcula su valor en kg/m^3 y en g/L.

12) La masa de Saturno es de $5{,}64 \times 10^{26}\text{kg}$ y su radio es $6 \times 10^7 m$. Calcula su densidad.

13) ¿Qué le sucedería al área, al volumen y a la densidad de un planeta si el radio (a) se duplica, (b) se reduce a la mitad, sin cambiar la masa?

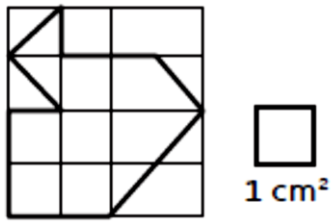
14) ¿Qué le sucedería a la masa de un planeta si su radio (a) se duplica, (b) se reduce a la mitad mientras que la densidad se mantiene constante?

15) ¿Cuántos gramos de cobre se requieren para construir un cascarón esférico hueco con un radio interior de 5,7cm y un radio exterior de 5,75cm? La densidad del cobre es 8,93g/cm^3

16) Una placa circular de cobre tiene un radio de 0,243m y una masa de 62kg. ¿Cuál es el espesor de la placa?

17) La superficie de un campo de golf es 8.500m^2. ¿Cuántas hectáreas mide?

18) Averigua el área de la figura expresándolo en m^2 y dm^2.



19) La masa de una tableta de chocolate negro es de 3hg. Para hacer una taza de chocolate se necesitan 40g de chocolate negro. ¿Cuántas tazas se pueden hacer con la tableta? ¿Cuántos gramos de chocolate sobran?

20) ¿Cuántas botellas de vino de 750cm^3 se pueden llenar con un barril que contiene 120 litros?

21) ¿ En una taza caben 24cL de agua. Averigua cuántas tazas de agua necesitas para llenar:

a. Una pileta de 720kL.

b. Un cubo de 2,4daL.

22) ¿Cuántos campos de fútbol de 120m de largo por 90m de ancho se necesitan para cubrir la superficie de Argentina que es 2.780.400 km^2?

23) La capacidad del depósito de una moto es de 5L. Se llena de nafta, y después de un recorrido se consumen los 3/4 de la misma. Calcula cuántos centilitros de nafta quedan en el depósito.

24) La longitud de 3 palos es de 81m. El segundo mide el doble que el primero y el tercero 10dm más que el segundo. ¿Cuánto mide cada palo? Expresá el resultado en dam.

25) El volumen de la maqueta de un cubo es $250mm^3$. ¿Cuál es su capacidad real en litros, si la escala de la maqueta es un doceavos?

26) El ancho de un ropero es el cuádruple de su alto. La medida de la profundidad coincide con la medida de la altura. Si el perímetro del armario es de 1440cm, expresa en metros las medidas del armario.

27) El tanque de un micro de turismo admite 0,56hL. Después de realizar un viaje se consume la cuarta parte del tanque. Calcula cuántos litros quedan en el tanque.

28) La medida del paso de María es de 64cm. ¿Cuántos pasos deberá dar para ir a la Facultad desde su casa, que está a 1km, 2hm, 7dam y 5m?

29) Cuenta una leyenda popular que estando Isaac Newton (1642-1727) sentado bajo un árbol ve caer una manzana y en ese momento pensó que todos los cuerpos caen con la misma aceleración. No sabemos si esta leyenda será muy cierta, pero si podemos asegurar que con la Ley de la Gravitación Universal, Newton revolucionó a la Física de ese momento. La Ley de la Gravitación Universal dice que: todos los objetos se atraen unos a otros con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros. Su expresión matemática, sin tener en cuenta el carácter vectorial de la fuerza es decir su módulo es: $F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

Donde $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}$; m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos medidas en kg, r es la distancia a la que se hallan separadas medida en metros.

a. Si las masas y la distancia tiene unidad de kg y metros, respectivamente.¿En qué unidad se medirá la fuerza?

b. Calcula la fuerza con la que se atraerían dos cuerpos de masas 125g y 400g, respectivamente, separados una distancia de 35cm.

c. Un cuerpo de masa 2kg se encuentra a una distancia de 20cm de otro cuerpo de masa m. Analiza como variará la fuerza de atracción gravitatoria sobre el primer cuerpo respecto a la masa del segundo. Para ello realiza una gráfica de la fuerza en función de la masa m.

d. Un cuerpo de masa 1kg se encuentra a una distancia r de otro cuerpo de masa 3kg. Analiza como variará la fuerza de atracción gravitatoria sobre el primer cuerpo cuando el segundo cuerpo se va alejando. Para ello realiza una gráfica de la fuerza en función de la distancia r.

e. Calcula la fuerza con la que la Tierra atrae a un cuerpo de masa 6kg que se halla a dos metros del piso apoyado sobre una mesa.

Datos: masa de la Tierra $5{,}98 \times 10^{24}$kg; radio de la Tierra $\mathrm{R} = 6{,}37 \times 10^{6}$m.

f. Calcula la fuerza con la que tu compañero de banco te atrae. ¿Por qué no estamos todos amontonados?

30) Los dos quintos de una quinta se han dejado sin sembrar con intención de construir un pozo de agua de 10m de largo y 6 de ancho. Si la parte sembrada equivale a 1,5Ha, ¿es posible construir ese pozo?

31) ¿Es posible guardar 1L de leche en un envase de 11,5cm de largo, 5cm de ancho y 16,5cm de alto?

32) Una canilla arroja 12,5 litros por minuto durante 5 horas y media. Se quiere llenar un depósito de $4{,}5\mathrm{m}^3$. ¿Cuántos hectolitros habrá que añadir para llenar el depósito?

33) En cierta receta de cocina se necesitan 3kg y 150g de tomates. Expresa en hg y dg la cantidad de tomates que se necesitan.

34) La capacidad de una botella de gaseosa es de 3,3dL.

a. Expresá esa cantidad en cL y L.

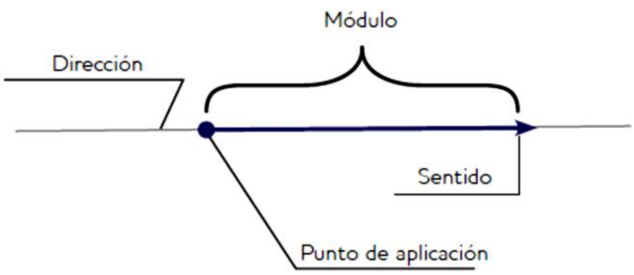
b. En cierta botella de capacidad 0,15daL. ¿Cuántas botellas de gaseosa cabrán? ¿Sobraría algo?

2. VECTORES EN EL PLANO

2.1 Introducción

Existen sucesos imposibles de predecir o describir indicando sólo las medidas y las unidades correspondientes de las magnitudes que están involucradas en él. A este tipo de magnitudes le vamos asociar un vector y diremos que son magnitudes vectoriales a diferencia de las magnitudes escalares que ya vimos. Ejemplo de magnitudes vectoriales son la fuerza, la velocidad, la aceleración, etc.

La Física, haciendo uso de elementos de la matemática, utiliza al "vector" (segmento orientado) para esquematizar a las magnitudes vectoriales. El vector además de indicar la medida de la magnitud vectorial (establecida por la longitud del vector o módulo del vector), también establece una dirección (esquematizada por la recta imaginaria a la que pertenece el



vector), un sentido (extremo del vector) y un punto de aplicación (origen del vector).

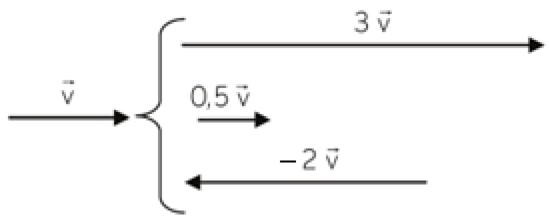
Para representar los vectores se debe utilizar una escala. La escala es la relación matemática que existe entre las dimensiones reales y las del dibujo que representa la realidad y se escriben en forma de razón donde el antecedente indica el valor a dibujar y el consecuente el valor de la realidad.

Por ejemplo si se quiere representar una fuerza de $40\overrightarrow{\mathrm{kg}}$ podemos utilizar una escala $1\mathrm{cm}/10\overrightarrow{\mathrm{kg}}$, entonces para representar nuestra fuerza deberíamos graficar un vector de $4\mathrm{cm}$.

2.2 Producto de un escalar (número) por un vector

Al multiplicar un número por un vector obtenemos otro vector de la misma dirección y sentido que el primero (si el número es positivo), pero de mayor o menor módulo. O bien, un vector (de mayor o menor módulo) que apunta en sentido contrario al dado (si el número es negativo).

Ejemplo



2.3 Suma de vectores

Al sumar dos o más vectores se obtiene otro vector (vector suma o resultante) que produce el mismo efecto que todos los vectores sumados.

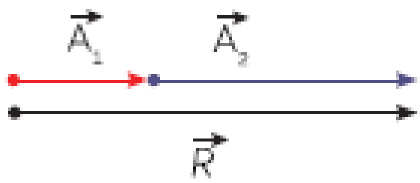
Para saber cómo sumar los vectores debemos tener en cuenta que pueden tener distintas disposiciones. Podemos encontrarnos con distintos tipos de sistemas, a saber:

SISTEMA	**COLINEALES** Son aquellos vectores que tienen la misma dirección	– De sentido contrario – De igual sentido
	PARALELOS Son aquellos vectores cuyas direcciones son paralelas entre sí	– De sentido contrario – De igual sentido
	CONCURRENTES Son aquellos vectores cuyas direcciones pasa por un mismo punto	

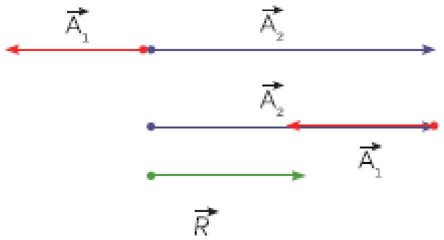
2.4 Sistemas de vectores colineales

De igual sentido

El vector resultante $\vec{R}$ tiene la misma dirección y sentido que los vectores individuales y su módulo es igual a la suma de los módulos de cada vector. En forma gráfica:



De sentido contrario



El vector resultante $\vec{R}$ tendrá la misma dirección que los vectores sumados, el sentido del vector de mayor módulo y el módulo del vector resultante será la resta de ambos módulos.

En forma gráfica:

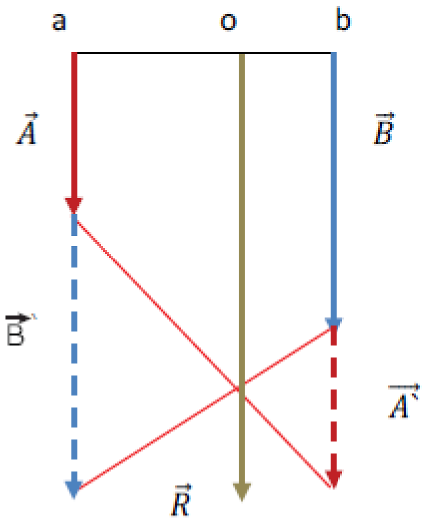
De esta misma forma se puede resolver la resta de vectores colineales, como al suma de vectores colineales con sentidos contrarios.

2.5 Sistemas de vectores paralelos

De igual sentido

El vector resultante $\vec{R}$ es paralelo y del mismo sentido que los vectores que se suman; su módulo es igual a la suma de ambos módulos y su punto de aplicación divide al segmento que une los puntos de aplicación de ambos vectores en dos partes inversamente proporcionales a sus módulos.

En forma gráfica: se representa $\vec{A}$ a continuación de $\vec{B}$ $(\vec{A'})$ y $\vec{B}$ a continuación $\vec{A}$ $(\vec{B'})$. La resultante del sistema pasará por el punto intersección de las rectas que unen el extremo de $\vec{A}$ con el punto aplicación de $\vec{B}$ y viceversa.

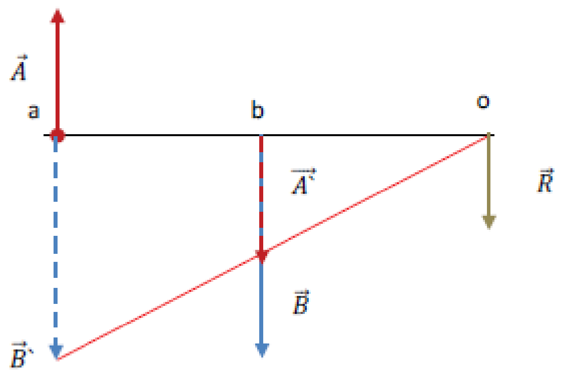


$$\frac{|\vec{A}|}{|\overline{ao}|} = \frac{|\vec{B}|}{|\overline{bo}|} = \frac{|\vec{R}|}{|\overline{ab}|}$$

De sentido opuesto

El vector resultante $\vec{R}$ es paralelo y del mismo sentido que el vector de mayor módulo; su módulo es igual a la resta de ambos módulos y su punto de aplicación es exterior al segmento que une los puntos de aplicación de ambos vectores, situado siempre del lado del de mayor módulo.

En forma gráfica: supongamos que el módulo de $\vec{A}$ es menor que el de $\vec{B}$. Se representa $\vec{A}$ sobre el punto de aplicación de $\vec{B}$ con sentido contrario $(\vec{A'})$ y a continuación $\vec{A}$ con igual sentido $(\vec{B'})$. La resultante del sistema pasará por el punto intersección de las rectas que unen el extremo de $(\vec{A'})$ con el punto aplicación de $(\vec{B'})$ y los extremos de ambas.

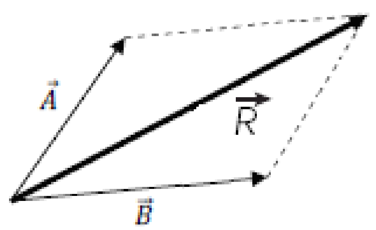


$$\frac{|\vec{A}|}{|\overline{ao}|} = \frac{|\vec{B}|}{|\overline{bo}|} = \frac{|\vec{R}|}{|\overline{ab}|}$$

2.6 Sistemas de vectores concurrentes

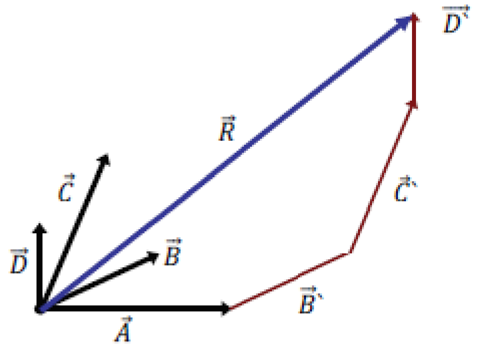
Regla del paralelogramo

Se construye un paralelogramo que tenga los vectores como lados y se traza la diagonal del mismo para obtener el vector suma.



Regla del polígono

Este método consiste en trasladar la fuerza $\vec{B}$ a continuación de $\vec{A}$ con la misma dirección y sentido, y así sucesivamente con el resto de los vectores. El vector resultante se obtiene uniendo el punto de aplicación de $\vec{A}$ con el extremo del último vector trasladado.



2.7 Suma de vectores en forma analítica

Para realizar la suma de varios vectores en forma analítica debemos expresar cada vector en función de sus componentes.

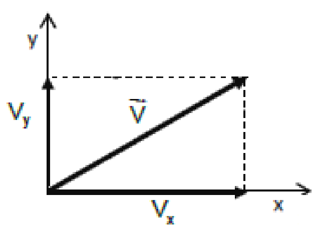
Componentes de un vector

Todo punto en el plano queda determinado unívocamente mediante su distancia a dos rectas fijas respectivamente perpendiculares entre sí.

A este sistema de referencia lo denominamos sistema de coordenadas cartesianas ortogonales de origen "O" y ejes x, y.

Se denominan componentes de un vector $\vec{V}$ a las proyecciones ortogonales de $\vec{V}$ sobre los ejes x, y

En general, colocaremos $\vec{V} : (V_x,\ V_y)$ para indicar que V_x y V_y son las componentes del



vector $\vec{V}$

Si conocemos el módulo del vector y el ángulo que forma con el eje x

$V_x = |V|\cos\alpha$

$V_y = |V| \text{sen}\alpha$

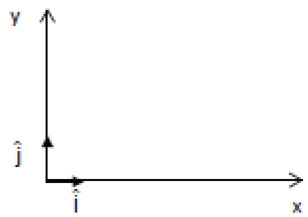
De esta forma a un vector lo podemos escribir como:

Par ordenado: $\vec{V} : (V_x,\ V_y)$

Forma polar: $\vec{V} : |\vec{V}|_\alpha$

En término de vectores unitarios

Un vector unitario es un vector sin dimensiones que tiene módulo igual a uno. Sirven para especificar una dirección determinada. Se usan los símbolos $\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}$ para representar vectores



unitarios que apuntan en la dirección del eje "x" y en la dirección del eje "y" positivas, respectivamente.

$$\vec{V} = V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath}$$

El vector suma lo podremos escribir como: $\vec{R} = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}$

Donde R_x es la suma de las componentes en la dirección x de todos los vectores a ser sumados y R_y es la suma de las componentes en la dirección y de todos los vectores a ser sumados.

Para hallar el módulo del vector resultante se utiliza el teorema de Pitágoras y para calcular su dirección la función tangente.

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{R_y}{R_x}$$

Consejos útiles

Las componentes de un vector son magnitudes escalares. En caso de representar una magnitud física las componentes están afectadas por unidades de medida.

Ejemplo

Sea el vector $\vec{A}$ de módulo $|\vec{A}| = 5$ que forma un ángulo de 30° con la horizontal.

Encuentra las componentes horizontal y vertical del vector dado.

Resolución

Proyectando el vector sobre la horizontal se obtiene el vector componente A_x cuyo valor es:

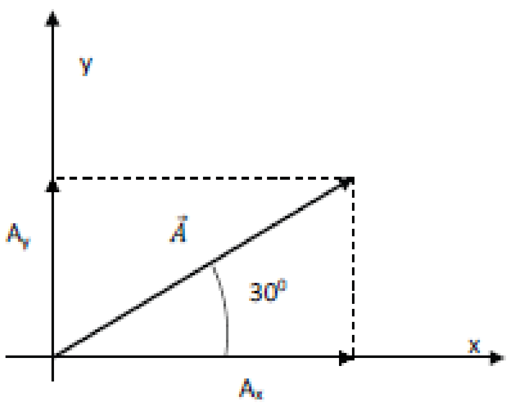
$A_x = |\vec{A}| \cdot \cos 30° = 5 \cdot 0{,}86 = 4{,}33$

Para la componente vertical se tiene:

$A_y = |\vec{A}| \cdot sen\ 30° = 5 \cdot 0{,}5 = 2{,}5$

Enunciado

Sean tres vectores coplanares: el vector $\vec{A}$ de módulo 50 unidades que forma un ángulo de 30°

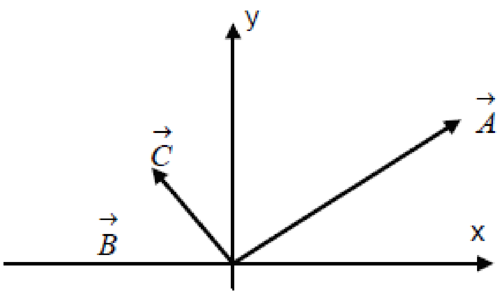


con la horizontal, el vector $\vec{B}: 15_{180°}$ y $\vec{C} = -10\hat{\imath} + 17\hat{\jmath}$

Halla el vector suma:

Resolución

Vamos a realizar un esquema de la situación:



Proyectamos los vectores sobre los ejes x e y, para obtener las componentes de los vectores dados sobre los respectivos ejes.

Eje x:

$A_x = A \cdot cos(30°) = 50 \cdot 0{,}86 = 43$

$B_x = B \cdot cos(180°) = 15 \cdot (-1) = -15$

$C_x = -10$

Eje y:

$A_y = A \cdot sen(30°) = 50 \cdot 0{,}5 = 25$

$B_y = 0$

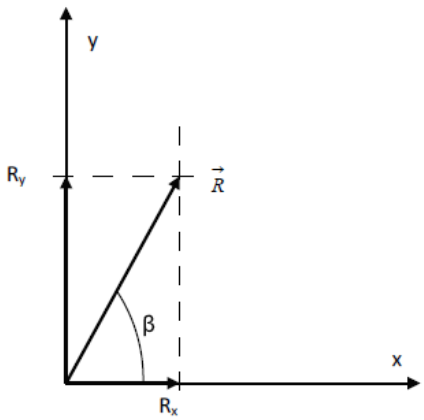
$C_y = 17$

Para obtener el vector suma, sumamos las componentes en cada eje:

$R_x = A_x + B_x + C_x = 43 - 15 - 10 = 18$

$R_y = A_y + B_y + C_y = 25 + 0 + 17 = 42$

El vector suma será $\vec{R} = 18\hat{\imath} + 42\hat{\jmath}$ .Que también se puede expresar en función de su módulo y el ángulo que forma con el eje x.



Para calcular el módulo:

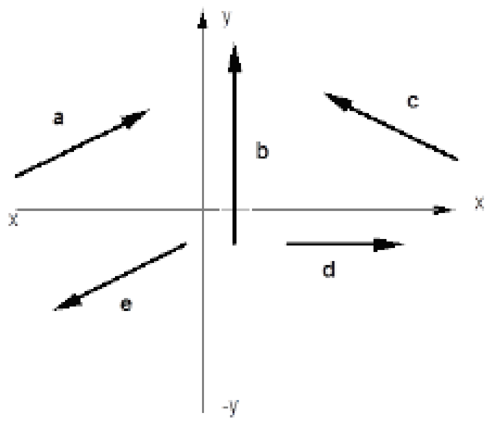
$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{18^2 + 42^2} = 45{,}7$$

Para obtener la dirección del vector resultante se calcula el ángulo β

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{42}{18} = 2{,}33 \quad \rightarrow \quad \beta = \mathrm{arctg}2{,}33 = 66{,}8°$$

2.8 Ejercicios Unidad 2

1) Utilizando el sistema de ejes coordenados de la figura (coordenadas x, y) contestá las preguntas sobre los vectores que se detallan abajo. Elijan tantos vectores, a, b,... e, como sean



necesarios para contestar adecuadamente las preguntas formuladas.

a. ¿Qué vector (vectores) tiene componente x distinta de cero?

b. ¿Qué vector (vectores) tiene componente x negativas?

c. ¿Qué vector (vectores) tiene componente y cero?

d. ¿Qué vector (vectores) tiene componente y positiva?

e. ¿Qué vector (vectores) tiene componente z nula?

f. ¿Cuál es el vector de mayor módulo?

2) Si el vector $\vec{v}$ tiene módulo 4 (es decir, $|\vec{v}| = 4$), calcula el módulo de los siguientes vectores:

a. Módulo de $3\vec{v}$:

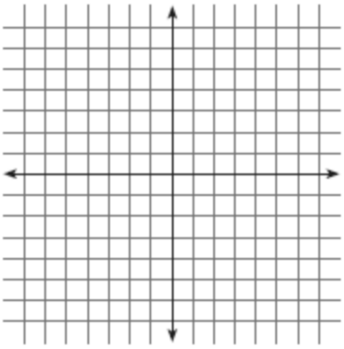
b. Módulo de $-4\vec{v}$:

c. Módulo de $\frac{3}{4}\vec{v}$:

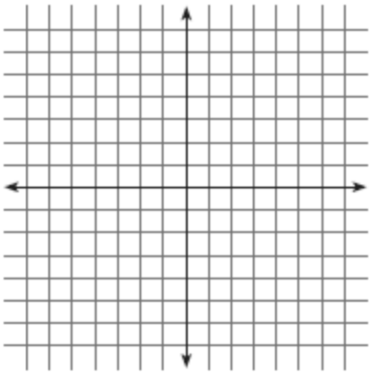
d. Módulo de -0,5:

e. Módulo de 1/2½ :

3) sistema de coordenadas. Compáralo con el realizado por alguno de tus compañeros. ¿El vector que dibujaste es el único que podrías haber dibujado? ¿Por qué? ¿Presenta alguna característica particular? La información brindada en el enunciado ¿es suficiente para determinar un vector específico

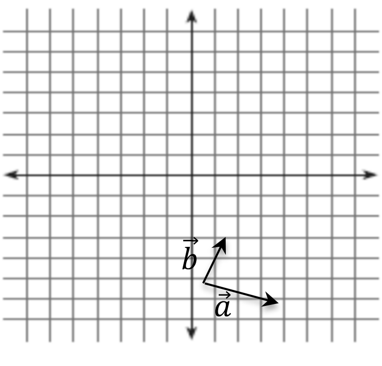


4) Ubica en el sistema de coordenadas un vector que tiene argumento 60º con origen en el origen del sistema de coordenadas. Compáralo con el que realizó alguno de tus compañeros.



¿El vector que dibujaste es el único que podrías haber dibujado? ¿Por qué? ¿Presenta alguna característica particular? La información brindada en el enunciado ¿es suficiente para determinar un vector específico?

5) Dados los vectores y de la figura, dibuja los siguientes vectores:



a. $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$

b. $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

c. $\vec{z} = \vec{a} - 5\vec{b}$

d. $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$

6) Si $\vec{u} = (4, -2)$, $\vec{v} = (-1,5)$ y $\vec{w} = (0,3)$ calcula:

a. $\vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w} =$

b. $3\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w} =$

c. $\frac{\vec{u}}{2} + \vec{v} - \frac{1}{3}\vec{w} =$

d. $\frac{\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}}{3} =$

7) Dado el triángulo de vértices $A = (4,2)$, $B = (10,5)$ y $C = (2,6)$, calcula:

a. $\overrightarrow{AB} =$

b. $\overrightarrow{AC} =$

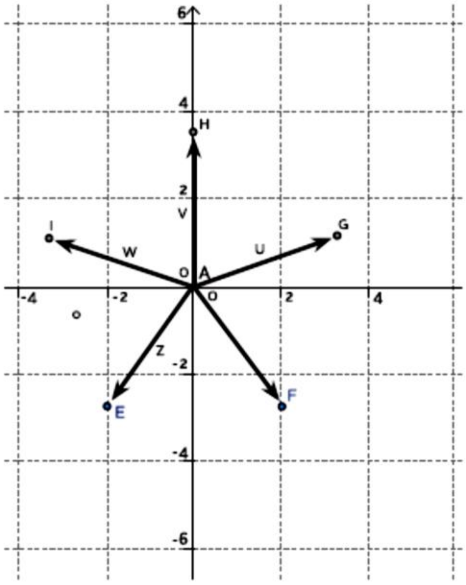
c. $\overrightarrow{BC} =$

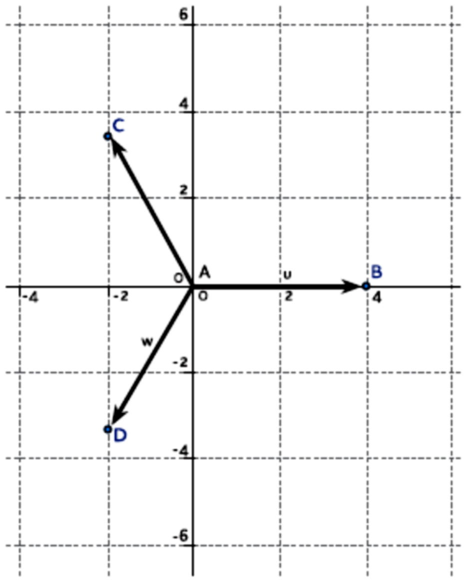
d. $\left|\overrightarrow{AB}\right| =$

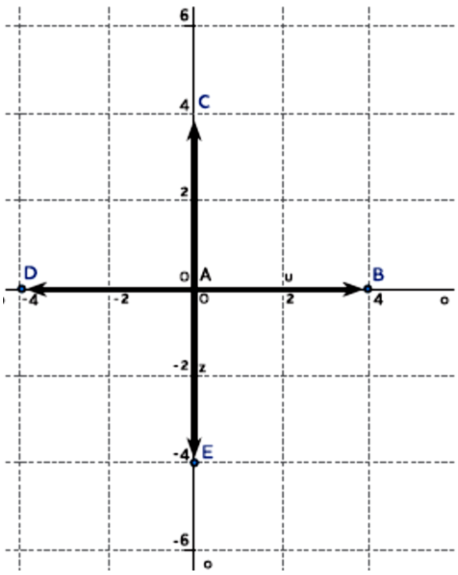
8) Si $\vec{a} = 4_{30°}$ y $\vec{b} = 3_{120°}$, calcula un vector $\vec{x}$ que verifique $\vec{x} - 2\vec{b} = \vec{a}$

Expresa el resultado en forma polar.

9) Determina el vector resultante de las siguientes configuraciones. ¿Qué característica tienen estas figuras? A partir del resultado obtenido ¿podrías deducir una conclusión general para distintas representaciones que tengan la misma característica? Propone algún otro ejemplo.







10) Completa la siguiente tabla, según corresponda:

En componentes	**En función de $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$**	**En coordenadas polares**
$(-2,5)$		
	$6\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$	
		$5_{270°}$
		$10_{30°}$
	$-4\vec{\imath}$	
$(0,-1)$		
		$5_{135°}$
	$6\vec{\jmath}$	
$(3,5)$		
		$1_{270°}$
	$5(\cos 60°\, \vec{\imath} + \sin 60°\, \vec{\jmath})$	

11) Tenemos tres vectores de las siguientes características: $\vec{A}$ tiene módulo 4 y dirección $150°$; $\vec{B}$ tiene módulo 2 y dirección $250°$ y $\vec{C}$ tiene módulo 6 y dirección 0°. Halla el vector:

a. $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$

b. $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$

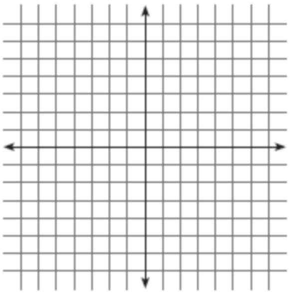
c. $-\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$

Realiza los cálculos gráfica y analíticamente. Dar los resultados en las tres formas posibles.

12) Mauricio sale de su casa para hacer ejercicio caminado en línea recta $3km$ en dirección E, después $4km$ en dirección NE y finalmente $8km$ en dirección S.

a. Realiza un esquema aproximado del itinerario que hizo, tomando como origen del sistema de coordenadas su casa.

b. Calcula cuántos km se alejó de su casa.

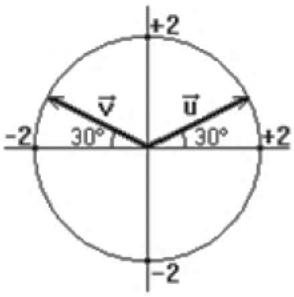


13) Un barco viaja $100km$ hacia el norte en el primer día de su viaje, $60km$ hacía el noreste en el segundo día y $120km$ en el tercer día de viaje. Encuentra el desplazamiento total realizado por el barco.

14) Completa la siguiente tabla, según corresponda:

En componentes	**En coordenadas polares**
$(5,3)$	
$(40,-30)$	
	$3_{270°}$
	$5{,}65_{45°}$
$(0,1)$	
	$4_{120°}$
$(-12,5)$	
	$1_{180°}$

15) Calcula la suma y la resta entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ de la figura.



3. ESTÁTICA

La estática es la parte de la física que estudia las fuerzas en equilibrio. Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas o actúan varias fuerzas cuya resultante es cero, decimos que el cuerpo está en equilibrio. Que el cuerpo está en equilibrio significa que está en reposo o se mueve en línea recta con velocidad constante.

Comúnmente asociamos la idea de fuerza a un esfuerzo muscular: para deformar, arrastrar, tirar o empujar algo debemos aplicar una fuerza.

Toda fuerza proviene de la interacción entre dos cuerpos. Para cada situación y, según lo que se desee explicar, uno de ellos será el objeto de estudio. el otro será considerado como un elemento de su entorno que a distancia o por contacto interactúa con él. Esa interacción hace que el cuerpo en estudio puede deformarse y/o se pueden producir cambios en las características de su vector velocidad.

La fuerza es aplicada a un cuerpo, no es del cuerpo, los cuerpos tienen velocidad o mejor dicho cantidad de movimiento (magnitud que se discutirá en cursos futuros). No debe confundirse la velocidad de un cuerpo con la fuerza que actúa sobre él.

La fuerza es una medida para determinar cuan intensa es la interacción entre dos cuerpos. Siempre que vemos que una fuerza actúa sobre un cuerpo, encontramos que existe otro cuerpo que la provoca; éste, a su vez, está sometido también a una fuerza originada por dicha interacción.

La fuerza es una magnitud vectorial que proviene de la interacción entre cuerpos. Para poder comprender y explicar los distintos fenómenos, es necesario conocer la medida (módulo de la fuerza, es más o menos intensa), dirección (paralela al plano, perpendicular a éste, forma un ángulo de 30°, etc.) y sentido (hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo) de las fuerzas que intervienen.

Sobre un cuerpo pueden actuar una o más fuerzas. estas fuerzas pueden sumarse vectorialmente para obtener la fuerza “resultante” que actúa sobre el cuerpo. es decir una única fuerza capaz de producir el mismo efecto sobre el cuerpo que todas las anteriores juntas.

En la industria, el comercio y la actividad técnica en general, se emplea como unidad de medida de la fuerza, el kilogramo fuerza. Se suele simbolizar entre otras maneras con el símbolo kgf.

En el SI la unidad de la fuerza es el Newton $[N] = \left[\frac{kg\,m}{s^2}\right]$. Siendo $1kgf$ equivalente a $9{,}8N$. Se deja para cursos posteriores la deducción de esta equivalencia.

Las fuerzas pueden ser de distinta naturaleza, dependiendo del tipo de interacción.

Existen en el universo, cuatro fuerzas fundamentales, a saber:

1. La fuerza de atracción gravitatoria.
2. La fuerza de atracción o repulsión electromagnética.
3. La fuerza nuclear débil.
4. La fuerza nuclear fuerte.

De las cuatro fuerzas fundamentales, dos de ellas operan en la escala del núcleo atómico (a distancias menores que $10^{-10}cm$), pero producen enormes efectos observables: son las fuerzas nuclear fuerte y nuclear débil.

La fuerza electromagnética opera en toda la escala de distancias y se manifiestan como fuerzas de contacto (rozamiento, elasticidad, golpes, etc.), reacciones químicas de todo tipo, fenómenos luminosos y calóricos, y en cada dispositivo eléctrico o electrónico y magnético.

En las dimensiones cósmicas domina la fuerza de atracción gravitatoria, que es la atracción universal de la materia, y promotora de la aparición de galaxias, estrellas y planetas. también se registra en todo fenómeno de nuestra experiencia terrestre asociado a la caída de cuerpos: cursos de agua, proyectiles, tropismos.

En las teorías del campo unificado que se inician con Albert Einstein en 1910, se desarrollan ecuaciones para describir las cuatro fuerzas fundamentales de la Naturaleza en términos de una sola, que poseería todas las propiedades necesarias para que todo sea tal como en efecto es. en los comienzos hipercalientes del universo, a temperatura mayor al billón de grados $(10^{12}K)$, la luz y la materia constituían la misma sustancia, y había una única fuerza que mantenía todo unido.

Como consecuencia de la expansión del universo, su temperatura fue descendiendo; aparecieron entonces partículas provistas de carga eléctrica y con masa, diferenciadas de la radiación y, por consiguiente, la fuerza única se desdobló en las cuatro fuerzas fundamentales que se observan en la actualidad. De éstas, la fuerza gravitatoria se asocia a la masa, y la fuerza electromagnética, a las cargas.

Los experimentos realizados desde 1980 en aceleradores de partículas – en los que se desarrollan energías comparables a la de los primeros segundos del universo – sugieren que la unificación es posible.

En todos los fenómenos conocidos intervienen algunas de las cuatro fuerzas de la Naturaleza.

Podemos decir, que hay fuerzas que se ejercen a distancia, como la atracción gravitatoria, y la atracción o repulsión entre cargas eléctricas e imanes. estas fuerzas se ejercen entre cuerpos a través del vacío, sin que sea necesaria la presencia de un medio material para que se transmitan.

Existen, por otro lado, las fuerzas de contacto: elásticas, cada vez que haya deformación reversible; de fricción, ya sea entre sólidos, líquidos o gases; y fuerzas de vínculo.

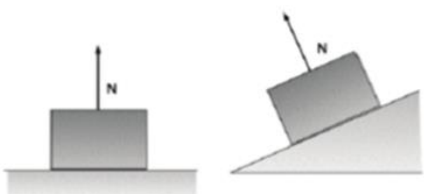
Las fuerzas de vínculo impiden que un cuerpo acceda a una determinada región del espacio: si se empuja una pared, ésta me impide pasar al otro lado; un cuerpo apoyado no puede atravesar el piso o la mesa que lo sustenta; una lámpara de techo es retenida por una cadena tensa; un carrito de montaña rusa no puede (¡ni debe!) salirse del riel. en todos los casos la fuerza de vínculo es perpendicular a la superficie de contacto entre los cuerpos, por lo que habitualmente se las llama “normales”.

3.1 Fuerza de contacto: Tensiones

Un cuerpo A de peso P pende del techo a través de una cuerda de longitud L. La cuerda está tensa. Sobre el cuerpo A actúa el peso P hacia abajo y la tensión T hacia arriba, esta tensión es la fuerza de contacto que ejerce la cuerda sobre el cuerpo.

3.2 Fuerza de contacto: Fuerzas normales

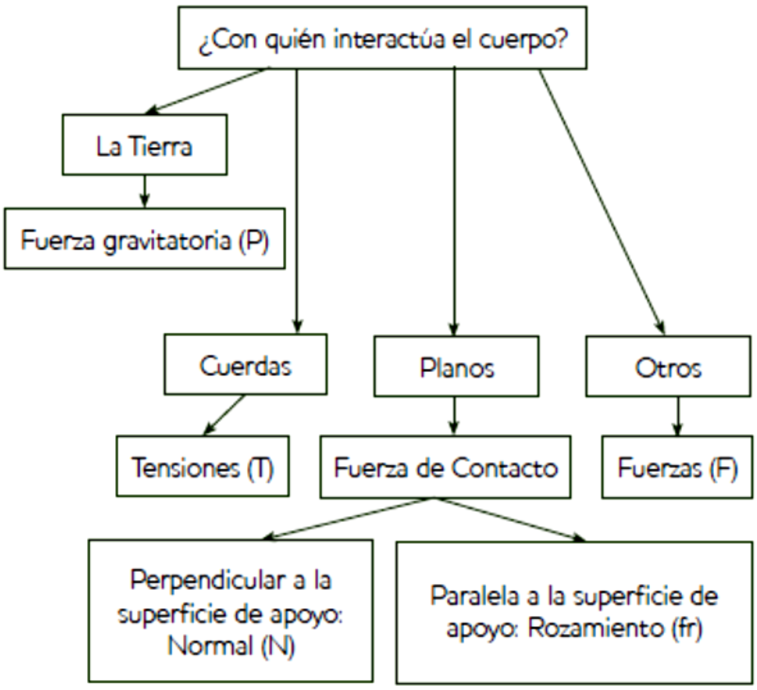
Si tenemos un cuerpo apoyado sobre una superficie, éste experimenta, entre otras, una fuerza perpendicular a la superficie, denominada Normal (N).



Hablando con rigor, nunca se establece un contacto efectivo entre las moléculas de dos cuerpos, pues a distancias muy cortas, éstas se repelen mediante fuerzas eléctricas de gran intensidad. cuando golpeamos una pared, lo que nos produce dolor es la acción de esta fuerza eléctrica.

Un cuerpo puede estar interactuando con varios cuerpos, a cada interacción, la reemplazaremos por una fuerza. Estas fuerzas pueden tener distintos módulos, direcciones, sentidos y puntos de aplicación. Para hallar la fuerza resultante gráficamente podemos usar el método del paralelogramo. Para el cálculo analítico tenemos que descomponer las fuerzas en sus componentes ortogonales.

¿Cómo se pueden determiner las fuerzas que actúan sobre un cuerpo?



3.3 Condición de equilibrio

Para que un cuerpo se encuentre en equilibrio de traslación la sumatoria de fuerzas sobre él debe ser cero o sea su resultante debe ser nula.

Que un cuerpo se encuentre en equilibrio de traslación no implica que este quieto, puede moverse a velocidad constante en línea recta.

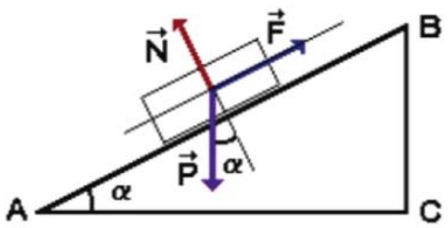
Analicemos esta condición para el caso particular de un plano inclinado.

Un plano inclinado es una superficie plana que forma un ángulo α con la línea horizontal.

Analicemos la siguiente situación: un cuerpo de peso P ubicado sobre un plano inclinado que se encuentra en equilibrio. Para que esto ocurra "algo" debe estar ejerciendo una fuerza para sostenerlo. Queremos saber cuál debe ser el módulo de esta fuerza.

Primero debemos pensar con quien interactúa el cuerpo:

- Con el plano inclinado: a esta interacción le asociamos la fuerza normal
- Con el planeta tierra: a esta interacción le asociamos la fuerza peso .
- Con el agente que lo sostiene: a esta interacción le asociamos la fuerza .



Elegimos por un sistema de ejes coordenados de manera que el eje x sea paralelo al plano inclinado y el eje y perpendicular.

Vamos a realizar la suma de las componentes de cada fuerza:

$$\sum F_x = Psen \propto -F = 0$$

$$\sum F_y = N - Pcos \propto = 0$$

De las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

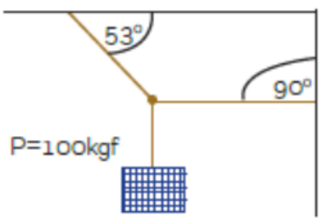
$F \ = \ P \ sen \propto$

$N \ = \ P \ cos \propto$

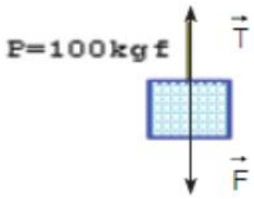
Se puede ver que la fuerza con la cual se sostiene al cuerpo es menor que peso del cuerpo y que también la fuerza que ejerce el plano es menor que el peso.

Ejemplo

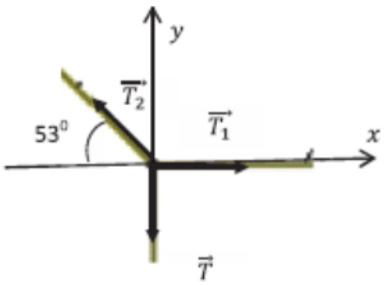
Determina las tensiones en las cuerdas que soportan al cuerpo suspendido.



Consideremos el cuerpo en el modelo de partícula. Sobre el actúa la fuerza peso y la tensión de la cuerda.



Si hacemos la sumatoria de fuerza sobre el cuerpo, y teniendo en cuenta que el cuerpo está quieto, resulta que el módulo de la tensión es igual al módulo de la fuerza peso.
Resulta que el módulo de T es $100kgf$.
Analicemos ahora el punto de donde cuelga la soga que sostiene el cuerpo.



Vamos a descomponer las tensiones, en dos direcciones perpendiculares.

$$\sum F_x = T_1 - T_2 \cos 53° = 0$$

$$\sum F_y = T_2\, sen\, 53° - T = 0$$

Ambas sumatorias están igualadas a cero, porque el punto está en equilibrio.

Obtenemos: $T_1 = 75kg$ y $T_2 = 125kg$

3.4 Ejercicios Unidad 3

1) Escribe un breve párrafo en el que sintetices lo que entiendes por fuerza.

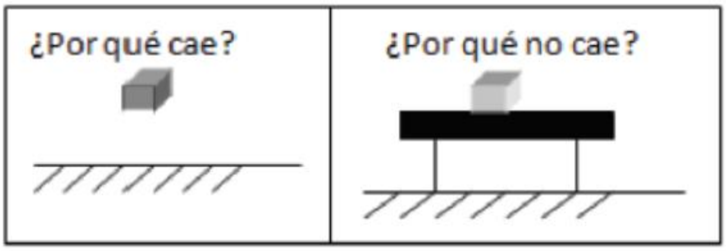
2) En un partido de fútbol, cómo logra que la pelota:

a. ¿Adquiera velocidad?

b. ¿Cambie de dirección o sentido?

c. ¿Se detenga?

3) Escribe una frase en la que explique por qué el libro se cae en la imagen de la izquierda pero no lo hace en la de la derecha.



4) Representa las fuerzas que se ejercen sobre los cuerpos a los que se hace referencia:

a. Soplar una pluma.

b. Estirar una banda elástica.

c. Lanzar un avión de papel.

d. Acercar un imán a un trozo de hierro.

Indica, para cada uno de los casos anteriores: sobre quién se ejerce la fuerza, quién la ejerce y los efectos que produce la fuerza.

5) Dibuja las siguientes situaciones y representa, sin tener en cuenta ninguna medida, la fuerza que ejerce:

a. Juan al empujar el ropero de su habitación.

b. La mesa sobre un libro apoyado en ella.

c. El agua sobre un tronco que flota.

d. La cadena que sostiene una lámpara.

e. Un auto al arrastrar al otro.

6) Representa gráficamente, en cada situación, el peso de los cuerpos utilizando una escala conveniente.

a. Una señora pesa 60kgf.

b. Un auto que pesa 1tnf sube por una rampa inclinada. Otro de 500kgf que está detrás sin haber comenzado a ascender.

c. Una manzana que pesa 1,5N mientras cae del árbol.

7) Un carrito se mueve con una cierta velocidad v horizontal de Este a Oeste. Se le aplica una fuerza:

En la misma dirección y sentido a la velocidad.

En la misma dirección y sentido contrario a la velocidad.

De Norte a Sur.

a. Dibuja cada situación y representa, sin usar escalas, la velocidad del carrito y la fuerza aplicada.

b. En una frase describe los cambios de movimiento que esas fuerzas producen en el carrito.

8) Una pelota de tenis es arrojada verticalmente hacia arriba sube y vuelve a caer. Realiza un esquema y representa la velocidad y la/las fuerzas sobre la pelota mientras está:

a. Ascendiendo en el aire.

b. En el punto de máxima altura.

c. Descendiendo, antes de llegar al piso.

Especifica cuál es el efecto de la(s) fuerza(s) sobre la pelota.

9) Un hombre empuja una piedra ejerciendo una fuerza de 30kgf horizontal y hacia la derecha.

a. Representa la fuerza que ejerce el hombre con una escala de 6 kgf/cm.

b. Indica las características de la fuerza que deberá realizar otra persona para que la piedra permanezca en reposo.

c. Representa ambas fuerzas e indica cuál es el valor de la fuerza resultante.

10) Analiza y dibuja las siguientes situaciones:

a. Tres personas ponen en movimiento un auto, cada una ejerciendo una fuerza de 15 kgf. Las tres lo hacen en el mismo sentido y dirección (horizontal hacia la derecha). ¿Qué fuerza deberá realizar una sola persona para conseguir el mismo efecto? Represente dicha fuerza.

b. Si esas personas ponen en movimiento el auto, ejerciendo cada una fuerzas de 15kgf, pero una empuja en sentido opuesto, ¿cuál será la fuerza que reemplazará las tres en este caso? Representa la fuerza correspondiente.

11) Una fuerza de $80N$ ha sido representada por un vector de $4cm$. ¿Cuál ha sido la escala empleada?

12) Un chico, que pesa $500N$, se cuelga con las manos de una barra horizontal, estando sus brazos paralelos. ¿Qué fuerza realiza cada brazo? ¿Qué fuerza realiza cada brazo, si ahora forman un ángulo de $24°$ con la vertical?

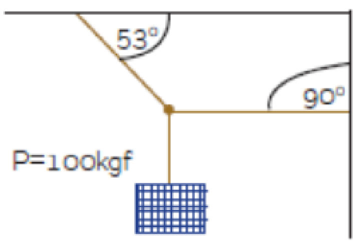
13) Alberto y Juan, se sientan en sendas hamacas enfrentadas una con otra. Ellos tiran de los extremos de una misma cuerda y se observa que la cadena de la hamaca de Juan forma un ángulo de 30º con la vertical, mientras que en la de Alberto el ángulo es 20º.Si Juan pesa $250N$, ¿Cuánto pesará Alberto?

14) Raúl y Santiago tiran horizontalmente de cuerdas atadas a un auto, las cuales forman entre sí un ángulo de 45º. Raúl ejerce una fuerza de $150kgf$ y Santiago una de $100kgf$ sin lograr mover el auto. Encontrá la fuerza resultante y el ángulo que forma respecto a la fuerza ejercida por Raúl. ¿Con quién interactúa el cuerpo?

15) Verifique si la partícula que está afectada por las siguientes fuerzas: $F_1 = 140N$; $F_2 = 210N$; $F_3 = 350N$; $F_4 = 280N$ y cuyas direcciones forman entre sí los siguientes ángulos: $\propto_{1,2} = 45°$; $\propto_{2,3} = 82°$ $\propto_{3,4} = 90°$, está en equilibrio. En caso de no estarlo, agregar una fuerza de igual módulo, de igual dirección y de sentido contrario a la resultante, (que llamaremos equilibrante), para establecer el equilibrio.

16) Verifica gráficamente que una partícula sometida a un sistema de 3 fuerzas concurrentes se encuentra en equilibrio: $F_1 = 300N$; $F_2 = 400N\ y\ F_3 = 500N$, $\propto_{1,2} = 90°$; $\propto_{2,3} = 143°$

17) Determina las tensiones en las cuerdas que soportan al cuerpo suspendido.



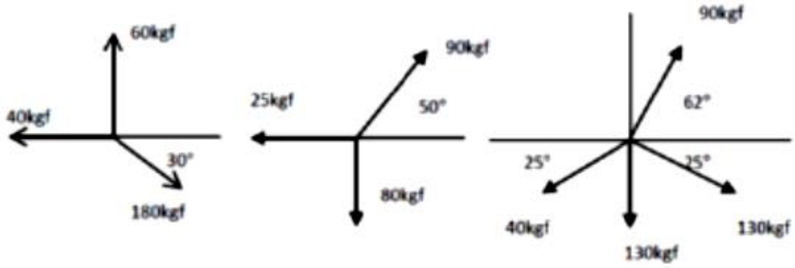
18) Calcula la fuerza necesaria para arrastrar un objeto de 500kgf por una tabla de 3m de largo que forma un plano inclinado de 2m de altura. ¿Qué ángulo forma la tabla con el piso?

19) Un auto está estacionado sobre una calle con una pendiente de 15º. Si su peso es 10.500 N, determina el valor de la fuerza que ejerce el piso sobre el auto. Recuerda que tiene dos componentes una paralela al plano y otra perpendicular al mismo.

20) Representa el sistema de fuerzas formado por: $F_1 = 250N$; $F_2 = 400N$; $F_3 = 600N$, mediante el empleo de una escala adecuada y elige un valor cualquiera para los ángulos que dichas fuerzas forman entre sí. Determina la resultante del sistema indicando módulo y ángulo que la misma forma con F_1

21) En caso de no estar en equilibrio el sistema anterior, modifica uno o más ángulos para lograr equilibrarlo. Si tuvieras que lograr el equilibrio de dicho sistema sin modificar los ángulos, pero agregando una equilibrante, indica su módulo y dirección.

22) Halla la fuerza equilibrante que debe aplicarse a cada sistema mostrado para que la partícula que está afectada por esas fuerzas permanezca en equilibrio.



23) Encuentra la fuerza resultante del siguiente conjunto de fuerzas concurrentes que actúan sobre una partícula: $200kgf$ formando 0º, $300kgf$ formando 150º, $100kgf$ formando 45º, $200kg$ formando 270º. Los ángulos se miden respecto al eje x girando en sentido contrario a las agujas del reloj.

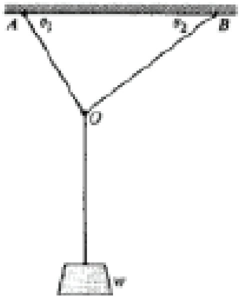
24) La resultante de cuatro fuerzas concurrentes es de $1000kgf$ cuya dirección forma con el Norte un ángulo de 30º hacia el Oeste. Tres de las fuerzas tienen los valores y dirección siguientes: $400kgf$ y forma un ángulo de 60º con el Este hacia el Norte; $300kgf$ hacia el Sur; $400kgf$ formando un ángulo de 53º con el Sur hacia el Oeste. Halla la cuarta fuerza.

25) El peso del bloque de la figura es $490N$. Calcula las tensiones de las cuerdas si:

a. $\theta_2 = \theta_3 = 60°$

b. $\theta_2 = 30°\ y\ \theta_3 = 60°$

c. $AB\ =\ 3\,m, AO\ =\ 1{,}80\,m, OB\ =\ 2{,}40\,m.$



26) Un camión puede arrastrar como máximo una carga de 50.000kgf.¿Podrá arrastrar una carga de 30Tnf por una rampa inclinada 30°?

27) Un semáforo que pesa $125N$ cuelga de un cable unido a otros dos cables fijos a un soporte. Los cables superiores forman ángulos de 37° y 53° con la horizontal, respectivamente. Determina la tensión en los tres cables.

4. CINEMÁTICA

4.1 Movimiento

Todo en el Universo está continuamente en movimiento. Aquí estudiaremos cuerpos que se mueven por efecto de algún tipo de interacción que han experimentado, pero por ahora no nos ocuparemos de esa interacción, sino de describir el movimiento del cuerpo por efecto de esa interacción.

Es decir, nos ocuparemos de cuerpos inertes. Son cuerpos que por sí solo no pueden hacerse nada. Necesitan alguna interacción para moverse.

Ahora bien. ¿Qué significa que algo se mueva?

Analicemos la siguiente situación: Cuando un tren pasa por una estación, decimos que el tren está en movimiento; sin embargo, un pasajero de ese tren puede decir que la estación se halla en movimiento en sentido contrario a la del tren. Entonces ¿Quién se mueve?, ¿el tren, o la estación?

Un objeto se halla en movimiento cuando un punto cualquiera de ese objeto cambia de posición. ¿Cómo se sabe que un objeto cambia de posición?

Para saber que un objeto cambia de posición es necesario fijar:

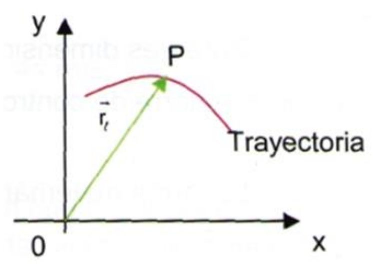
- Un sistema de referencia, definido como un conjunto de objetos queestán en reposo respecto de un observador. La persona que está en el andén observa desde un sistema de referencia para el cual, ella, el piso, los árboles, etc. están fijos. En cambio para la persona que viaja en el tren, observa desde un sistema de referencia en el cual los asientos del tren, el piso del tren, las paredes del tren, etc. están fijos.El concepto de movimiento es un concepto relativo; para un sistema de referencia dado un cuerpo puede hallarse en reposo, para otro puede hallarse en movimiento. O sea que un cuerpo se halle en reposo o en movimiento depende del sistema de referencia elegido.
- Un sistema de coordenadas, por ejemplo cartesiano ortogonal, que permita determinar la posición de un objeto en el espacio y si cambia con el tiempo asociado a un dado sistema de referencia.

Para nuestro análisis trabajaremos en el modelo de partícula. Es decir que nuestro cuerpo inerte que se mueve se puede describir localizando un sólo punto en un sistema de coordenadas.

4.2 Posición. Desplazamiento

Consideremos un dado sistema de referencia respecto al cual el piso donde esta nuestro cuerpo se halla quieto. Para ubicarlo en el espacio al cuerpo necesitaremos un sistema de coordenadas y un reloj que nos indique como cambia su posición con el tiempo.
Así, al iniciarse el movimiento de un cuerpo, hablaremos de la posición inicial que corresponde al instante inicial en que comenzamos el registro del tiempo (t_0) e indicando que se encuentra se encuentra en “tal o cual” posición con respecto al sistema de coordenadas elegido en el instante de tiempo t.

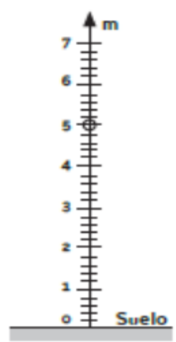
La trayectoria es el conjunto de puntos del espacio que va ocupando sucesivamente el cuerpo a medida que transcurre el tiempo. Si la trayectoria que describe es recta, el movimiento es rectilíneo; en cambio, cuando describe una curva, el movimiento es curvilíneo (circular, parabólico, elíptico, etc.).



En su trayectoria el cuerpo va ocupando distintos puntos del espacio, a la ubicación del móvil en un determinado instante se da el nombre de posición instantánea. la posición podrá indicarse teniendo en cuenta un sistema de coordenadas adecuado a la situación.

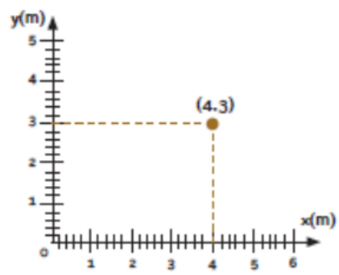
Ejemplo

Una piedra que cae: El movimiento es rectilíneo, se produce en una dimensión, por lo tanto basta indicar una sola coordenada con respecto al origen del sistema de coordenadas elegido. Por simplicidad se lo puede ubicar en el suelo, vertical con sentido positivo ascendente cuyo origen de coordenadas este en el piso y se establece su longitud con una cierta unidad para indicar la posición de la piedra en un dado instante.

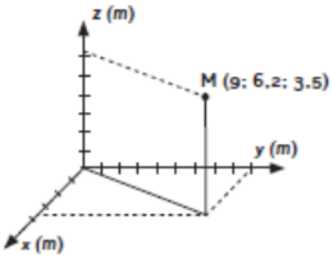


$\vec{r} = 5m\hat{\imath}$

Una bola de billar que se mueve sobre una mesa: El movimiento de la bola es rectilíneo en el plano por ello es necesario establecer dos coordenadasara dar su posición en un instante dado con respecto al sistema de coordenadas elegido. Se puede elegir un sistema de coordenadas rectangular, con origen en una de las esquinas de la mesa, con sentido positivo hacia arriba y hacia la derecha. $\vec{r} = 4m\hat{\imath} + 3m\hat{\jmath}$



Una mosca volando: El movimiento de la mosca se produce en el espacio, por ello para dar su posición en un instante dado se deben indicar tres coordenadas.



$\vec{r} = 9m\hat{\imath} + 6{,}2m\hat{\jmath} + 3{,}5m\hat{k}$

La posición que ubica el cuerpo es una magnitud vectorial, como puede verse de los ejemplos anteriores.

El camino recorrido o distancia recorrida está dado por la longitud de la trayectoria descripta por la partícula y es una magnitud escalar.

Retomando los ejemplos anteriores,

Una piedra que cae: Suponiendo que se deja caer desde $\vec{r} = 5m\hat{\imath}$ camino recorrido será $5m$.

Una bola de billar que se mueve sobre una mesa: Si la bola llega a la tobera que se encuentra en el origen de coordenadas, utilizando el teorema de Pitágoras se puede calcular el camino recorrido.

$d = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5m$

Una mosca volando: Suponiendo que parte del punto indicado y describe una circunferencia "perfecta" volviendo al punto de partida, el camino recorrido sería el perímetro de dicha circunferencia.

$r = \sqrt{9^2 + 6{,}2^2 + 3{,}5^2} = 11{,}47m$

El camino recorrido será:

$d = 2\pi r = 72{,}1m$

El desplazamiento es un vector determinado por las posiciones inicial y final de la partícula respecto a un sistema de coordenadas.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_{final} - \vec{r}_{inicial}$$

El vector desplazamiento no tiene porqué coincidir con la trayectoria, ni su módulo ser el camino recorrido.

El vector desplazamiento no depende del origen del sistema de coordenadas.

Ejemplo

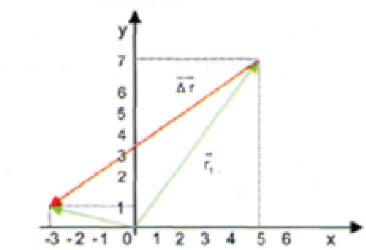
Un potrillo que se encuentra en un instante a 5m al Este de un árbol (donde ubicaremos el origen de nuestro sistema de coordenadas) y a 7m hacia el Norte, pero dos minutos más tarde está ubicado a 3m al Oeste y 1m al Norte de ese mismo árbol. Escribe los vectores posición y el vector desplazamiento del potrillo correspondiente a esos dos minutos y represéntalo en un esquema.

$\vec{r}_{final} = -3m\hat{\imath} + 1m\hat{\jmath}$

$\vec{r}_{inicial} = 5m\hat{\imath} + 7m\hat{\jmath}$

$\Delta\vec{r} = (-3-5)m\hat{\imath} + (1-7)m\hat{\jmath}$

$\Delta\vec{r} = -8m\hat{\imath} + (-6)m\hat{\jmath}$



El vector $\Delta\vec{r}$ es un vector que une en línea recta la posición inicial con la final. Eso no significa que el objeto realmente se haya movido así. Nos da idea de la separación neta entre ambas posiciones.

Cualquiera sea la trayectoria recorrida entre ambas posiciones, el vector desplazamiento entre ellas es siempre el mismo.

4.3 Velocidad media e instantánea

Se define la velocidad media del móvil, como el cociente entre el desplazamiento $\Delta\vec{r}$ y el intervalo del tiempo Δt

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Dada la forma en que se define la velocidad media tiene la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento. Su dimensión en el SI es $\left[\frac{m}{s}\right]$

¿Cuál será entonces la velocidad media del potrillo de la situación anterior en el intervalo de los dos minutos?

$$\overrightarrow{V_m} = \frac{-8m\hat{\imath} + (-6)m\hat{\jmath}}{2s} = -4\frac{m}{s}\hat{\imath} - 3\frac{m}{s}\hat{\jmath}$$

La velocidad media no es gran información sobre el movimiento. Sólo nos indica algo imaginario, que si el móvil hubiera ido en línea recta en ese intervalo, desde una posición hasta la otra siempre a esa velocidad, habría llegado en el tiempo real. Pero si la posición inicial y final coinciden en una trayectoria que puede ser muy grande pero en la que el objeto móvil vuelva al punto de partida, nos daría una velocidad media nula.

Ejemplo

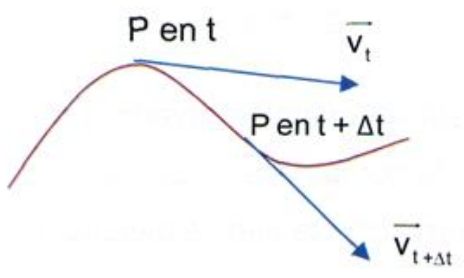
Una partícula se halla en la posición $x_1 = 18m$ cuando $t_1 = 2s$ y $x_2 = 3m$ cuando $t_2 = 75s$ respecto a un sistema de ejes ortogonales, donde uno de los ejes coincide con la dirección de movimiento de la partícula. Halla el desplazamiento y la velocidad media en este intervalo de tiempo.

$\Delta\vec{r} = (3 - 18)m\hat{\imath} = -15m\hat{\imath}$

$\Delta t = (72 - 2)s = 70s$

$$V_m = \frac{-15m\hat{\imath}}{70s} = -0{,}2\frac{m}{s}\,\hat{\imath}$$

Cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, es decir, tiende acero, la velocidad media tiende a la velocidad instantánea, la velocidad en un instante dado cuya dirección ahora es tangente a la trayectoria dela partícula en ese punto. El módulo está dado por la pendiente de la tangente a la curva x-t en ese tiempo.



El movimiento variado es aquél cuya velocidad varía con el tiempo. Para describir el cambio de la velocidad en el tiempo se define una nueva magnitud: la aceleración. El cociente entre la variación de la velocidad y el intervalo del tiempo en el que se produce esa variación define la aceleración media.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

Su dimensión en el SI es $\left[\frac{\text{m}}{s^2}\right]$

La aceleración es una magnitud vectorial cuya dirección y sentido puede o no coincidir con la de la velocidad. El vector aceleración tiene la direccióndel vector cambio de velocidad.

Ejemplo

Por el punto M, de coordenadas $(4m;\ 6m)$ pasa rápidamente un gato con una velocidad de $(-15\frac{m}{s};\ 20\ \frac{m}{s})$. Cinco segundos después, pasa por el punto N, de coordenadas $(12m;\ 9m)$ con una velocidad de $(10\ \frac{m}{s};\ 10\ \frac{m}{s})$.

a. Representa en un sistema de ejes todos los vectores,

b. Halla el vector variación de velocidad del gato, el vector aceleración media y sus módulos.

$$\Delta V = \left(10-(-15)\right)\frac{m}{s}\hat{\imath} + (10-20)\frac{m}{s}\hat{\jmath}$$

$$\Delta V = 25\frac{m}{s}\hat{\imath} - 10\frac{m}{s}\hat{\jmath}$$

$$\vec{a} = \frac{25\frac{m}{s}\hat{\imath} - 10\frac{m}{s}\hat{\jmath}}{5s} = 5\frac{m}{s^2}\hat{\imath} - 2\frac{m}{s^2}\hat{\jmath}$$

Cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño es decir, tiende a cero, el cociente anterior tiende a la aceleración instantánea.

Dado que la velocidad es un vector, puede variar tanto su módulo como su dirección. La variación de cualquiera de ellos, módulo o dirección, dará lugar a una aceleración que dé cuenta de ello.

Si la velocidad varía en módulo pero no en dirección, la trayectoria del móvil es rectilínea. En cambio si varía en dirección pero no en módulo, la trayectoria de la partícula es circular.

Y en el caso en que la velocidad varíe en módulo y dirección, la trayectoria de la partícula será curvilínea.

4.4 Tipos de movimiento

El movimiento de un móvil puede clasificarse teniendo en cuenta distintos criterios, que pueden ser, la forma de la trayectoria o la variación de la velocidad en el tiempo.

Teniendo en cuenta la forma de la trayectoria, el movimiento puede ser:

- **Rectilíneo**. la posición del móvil con respecto al sistema de coordenadas elegido queda definida por una sola coordenada.
- **Curvilíneo**. Según el movimiento se produzca en el plano o en el espacio, la posición del móvil queda definida por dos o tres coordenadas respectivamente.

A su vez la trayectoria puede ser una curva abierta o cerrada, en el plano o en el espacio.

Teniendo en cuenta la constancia o no de la velocidad en el tiempo, el movimiento puede ser:

- **Uniforme**. la velocidad del móvil se mantiene constante en dirección y sentido durante el intervalo de tiempo que dure el movimiento.
- **Variado**. la velocidad cambia en el tiempo debido a la variación de la rapidez (módulo de la velocidad), de la dirección o de ambos. De acuerdo a que la velocidad varíe en

cantidades iguales en los mismos intervalos de tiempo o no, el movimiento es uniformemente variado o variado respectivamente.

4.5 Movimiento Rectilíneo Uniforme

Supongamos que yendo por una ruta vemos que adelante, a unos $15m$ tenemos un camión de $22m$ de largo, según leemos en su parte trasera, y unos $20m$ más delante de él, vemos otro camión igual, ambos a $80\frac{km}{h}$. No viene nada de frente en sentido contrario y los vamos a pasar.

Mientras tanto nos despierta la curiosidad. ¿Cuántos metros de ruta necesitamos para pasarlos a ambos, a $130\ \frac{km}{h}$?

Antes, debemos adquirir el lenguaje necesario para hacer las descripciones y resoluciones analíticas adecuadas que nos faciliten el tema.

Comencemos por el caso más simple de todos: un objeto se mueve en línea recta y siempre a la misma velocidad (o sea manteniendo la misma intensidad, dirección y sentido). Se trata de un movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.)

Como se trata de un movimiento en una dimensión, es conveniente elegir siempre el origen del sistema coordenado sobre la misma recta de la trayectoria, y sobre ella apoyar el eje x. Así, todas las magnitudes vectoriales (velocidad, posición, desplazamiento) quedan sobre esa misma recta y se facilita la descripción matemáticamente.

La posición instantánea quedará definida sólo con la coordenada $x(t)$ que nos indicará la distancia al origen y con su signo hacia qué lado del origen se encuentra el móvil, y un desplazamiento para un intervalo será Δx.

Así, la velocidad quedará definida como:

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

No es necesario aclarar si es una velocidad instantánea, inicial, final, media, ya que estamos considerando el hecho de un movimiento con velocidad constante, por lo que es única y siempre la misma, cualquiera sea el intervalo que se considere, sea pequeño o largo.

Ejemplo

a. Calcula la velocidad de un tren que recorre $400m$ con MRU durante $50s$.

$$V = \frac{400m}{50s} = 8\frac{m}{s}$$

b. Expresa una velocidad de 72 $\frac{km}{h}$ en $\frac{m}{s}$

Para ello recordamos que en $1h$ hay $60min$, y en cada minuto $60s$, por lo tanto en $1h$ tenemos $3600s$.

$$V = 72\frac{km}{h} = 72 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 20\frac{m}{s}$$

Este movimiento, como todos, tiene una ley que lo representa o describe matemáticamente. Se llama ecuación horaria del MRU, y se obtiene a partir de la definición de la velocidad: Sabemos que Δx indica el desplazamiento. Consideremos la posición final x_t no como una última, sino como una posición no fija, que va cambiando, para así poder llegar a la ley general. la posición inicial x_0 puede ser cualquier posición conocida en un determinado instante también conocido t_0. De esa forma, genéricamente un desplazamiento es:

$$\Delta x = x_t - x_0$$

Reemplazando en la expresión de la velocidad queda:

$$V = \frac{x_t - x_0}{t - t_0}$$

Si despejamos x, obtenemos la ecuación horaria del MRU:

$$x_t = x_0 + V(t - t_0)$$

La posición x y el tiempo t se hallan relacionados linealmente. Si se grafica la posición en función del tiempo en un sistema de ejes cartesiano $x - y$, colocaremos la posición del móvil para cada instante de tiempo sobre el eje de las y (ordenadas) y el tiempo correspondiente sobre el eje de las x (abscisas). la representación gráfica obtenida es una recta cuya pendiente es la velocidad.

Ejemplo

Un automóvil viaja por una ruta rectilínea con velocidad constante. A las 14:30h pasa por el punto en que la indicación es kilómetro 220. A las 16:50h pasa por el kilómetro 350.

a. Escribe y grafica la función que describe el movimiento.

b. Escribe el sistema de ecuaciones que permite determinar la velocidad y la hora a la que el automóvil pasa por el kilómetro 415.

PASO 1

Realiza una lectura del enunciado varias veces hasta comprenderlo.

PASO 2

Identifica los dato/s.

Trayectoria: rectilínea

Velocidad: constante.

A las 14:30h pasa por el punto indicado con el letrero km 220

A las 16:50h pasa por el punto indicado con el letrero km 350.

PASO 3

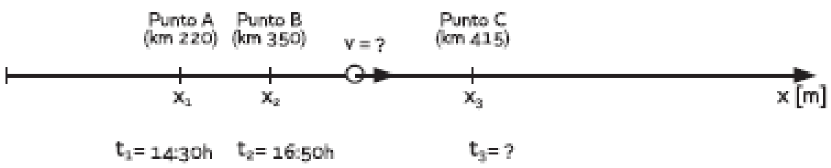
Identifica las incógnita/s.

Función que describe el movimiento.

Sistema de ecuaciones.

PASO 4

Realiza un esquema.



El momento en el que el móvil comienza su recorrido debe ser considerado como momento a partir del cual se comienza a medir el tiempo, es decir que cuando el cronómetro indica $0h$, el móvil se encuentra en el origen de coordenadas.

Planteo de la ecuación matemática que describe el fenómeno físico.

$x_{(t)} = x_0 + V(t - t_0)$ tal que t_0 es el momento en el que el móvil se encuentra en el punto x_0 , es decir que $x_{(t_0)} = x_0$

Desarrollo matemática para dar respuesta al problema físico.

$x_{(t)} = x_0 + V(t - t_0)$ función que describe el movimiento

$x(14{:}30) = x_0 + V(14{,}50h - 0)$

$x(16{:}500) = \ x_0 + V(16{,}83h - 0)$

$220km = \ x_0 + V(14{,}50h - 0)$

$350km = \ x_0 + V(16{,}83h - 0)$

La resolución matemática de este sistema da como resultado $V = 55{,}31\ \frac{km}{h}$ y $x_0\ =\ -582km$.

Se deben discutir los resultados matemáticos obtenidos, para darle una interpretación física.

Para calcular en qué momento el móvil se encuentra en el km 415, se debe

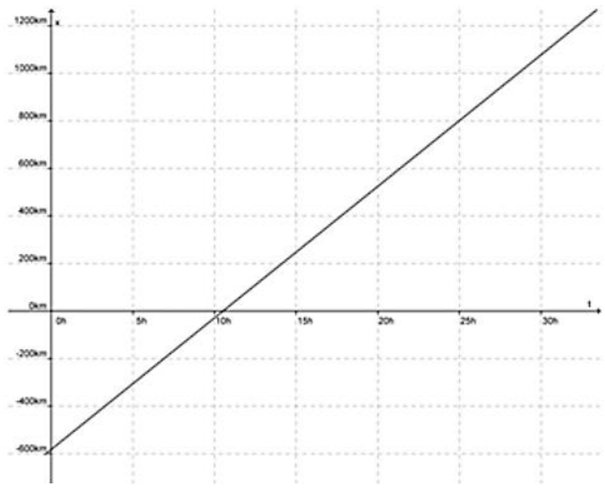
$$x(t_1) = -582km + 55{,}31\frac{km}{h}(t_1 - 0)$$

$$415km = -582km + 55{,}31\frac{km}{h}(t_1 - 0)$$

Siendo el resultado de $18h$.

Vamos a realizar el gráfico de la ecuación horaria utilizando el GeoGebra.

Valentina pasa al lado de una estatua en bicicleta, a $150\ \frac{m}{min}$, va hacia un árbol donde la espera



Franco, ubicado a $1800m$. Dos minutos después, Franco llega caminando al árbol a $60\ \frac{m}{min}$ divisa a Valentina y va a su encuentro continuando a la misma velocidad.

a. Escribe las ecuaciones horarias.

b. Hallá dónde y cuándo se encuentran.

c. Representá gráficamente para ambos la posición en función del tiempo.

Primero entendamos el hecho físico sobre un esquema, eligiendo un sistema de coordenadas que puede ser la estatua como origen y el eje x positivo hacia el árbol.

Es necesario también establecer un origen para los tiempos, aclarar desde cuándo se empieza a contar el tiempo para el análisis de la situación planteada. Lo podemos considerar en el instante en que Valentina pasa frente a la estatua. Ambos tienen movimientos rectilíneos y uniformes. Para armar sus ecuaciones horarias debemos identificar valores conocidos, todos ellos con respecto al sistema de coordenadas.

Valentina $\begin{cases} x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ V = 150\frac{m}{min} \end{cases}$

Franco $\begin{cases} x_0 = 1800m \\ t_0 = 2min \\ V = -60\frac{m}{min} \end{cases}$

$$x_V = 150\frac{m}{min}t$$

$$x_F = 1800m - 60\frac{m}{min}(t - 2min)$$

Estas son las leyes de los movimientos, válidas para distintos valores del tiempo, la de Valentina desde 0 min, y la de Franco desde 2min en adelante.

La condición para que se encuentren debe ser que lo hagan en el mismo instante, (tiempo de encuentro), y en el mismo lugar (la misma coordenada). Es decir, se debe dar coincidencia y simultaneidad.

Condición de encuentro:

$$150\frac{m}{min}t_E = 1800m - 60\frac{m}{min}(t_E - 2min)$$

Resolviendo la ecuación nos queda:

$$t_E = 9{,}14min = 9\,min\,8s$$

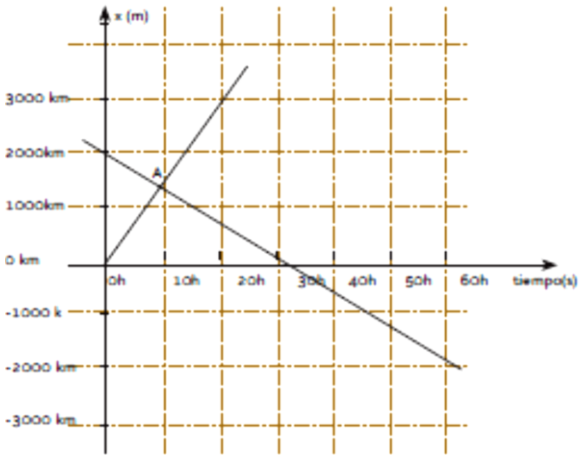
Para obtener la posición de encuentro, reemplazamos el valor del tiempo en alguna de las ecuaciones. Nos daría el mismo resultado con cualquiera de ellas, ya que el t_E se obtuvo de igualarlas.

$$x_0 = 150\frac{m}{min} \cdot 9{,}14min = 1371m$$

Se encuentran a los $9min$ aproximadamente. ¿Después de qué? Después de que Valentina pasara por la estatua, y a $1371m$ de ese lugar.

Así como se adaptan las ecuaciones a un dado sistema de coordenadas, todo valor que se obtenga utilizándolas, resulta medido desde el mismo sistema, o sea, desde los mismos orígenes considerados para escribirlas.

Para representar ambas ecuaciones vamos utilizar nuevamente el GeoGebra.



El punto de intersección de ambas rectas indica el instante y la posición de encuentro.

4.6 Movimiento rectilíneo uniformemente variado

El caso particular en el cual el módulo de la velocidad cambia en el tiempo en cantidades iguales y por lo tanto la aceleración es constante se denomina movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.)

Para cada situación elegiremos convenientemente el sistema coordenado ubicando el eje x sobre la misma recta donde se desplaza.

Este movimiento responde a sus propias leyes o ecuaciones horarias, que son dos: la que rige la velocidad en función del tiempo, que nos indica cómo va cambiando la velocidad a medida que transcurre el tiempo, y la de la posición en función del tiempo:

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Donde x_0 indica la posición inicial de la partícula y v_0 la velocidad inicial con respecto al sistema de coordenadas elegido en el instante inicial t_0 en que comienza a medirse el tiempo.

Cada una de las ecuaciones indica cómo se relacionan entre sí dos variables.

Estas leyes encierran las infinitas posibles posiciones y velocidades que puede ir teniendo el móvil a medida que transcurre el tiempo.

leyendoesas expresiones tenemos que ser capaces de calcular un valor de cualquiera de las magnitudes que figuran como variables dadas la otra, en cada una de esas ecuaciones; predecir velocidades, coordenadas futuras, o instantes en los que ocupa una posición o tiene una determinada velocidad; graficar la velocidad en función del tiempo, lo que simbolizamos $v = f(t)$ y posición en función del tiempo, es decir $x = f(t)$ y descubrir en cada uno de los gráficos, qué otras magnitudes se encuentran, además de las que figuran en los ejes.

Debe también ser posible a partir de los gráficos como información inicial, deducir la interpretación completa de cómo se mueve el objeto, y escribir las expresiones matemáticas que lo describen.

Consejos útiles

Es importante que comprendas la diferencia existente entre ecuación y función temporal de magnitudes cinemáticas.

Dedica un tiempo a la interpretación de las gráficas de las funciones posición, velocidad y aceleración en función del tiempo y a la realización de las mismas.

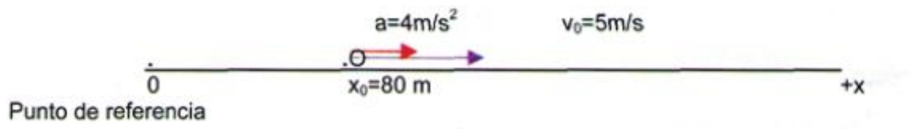
Es común, que en varios sitios de internet se encuentren apuntes que usen como sinónimos sistema de coordenadas y sistema de referencia.

Ejemplo

El movimiento de un móvil está dado por las siguientes leyes:

$$\mathrm{v} = 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(\mathrm{t} - 10\mathrm{s})$$

$$\mathrm{x} = 80\mathrm{m} + 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}(\mathrm{t} - 10\mathrm{s}) + 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}(\mathrm{t} - 10\mathrm{s})^2$$



Vemos en las ecuaciones dadas, que cuando el reloj indica 10s, el objeto está pasando por una coordenada que está ubicada a $80m$ del origen en sentido positivo, a $5\frac{m}{s}$ moviéndose también positivamente, con una aceleración en ese mismo sentido, de $4\frac{m}{s^2}$

Calculemos, por ejemplo para $t = 20s$, ¿cuál es la velocidad y la coordenada en ese instante?. Para ello reemplazamos el tiempo y resolvemos:

$$v_{20s} = 5\frac{m}{s} + 4\frac{m}{s^2}(20s - 10s) = 45\frac{m}{s}$$

$$x_{20s} = 80m + 5\frac{m}{s}(20s - 10s) + 2\frac{m}{s^2}(20s - 10s) = 330m$$

También podemos investigar en qué instante su velocidad toma un valor en particular, por ejemplo $40\ \frac{m}{s}$:

$$40\ \frac{m}{s}\ =\ 5\ \frac{m}{s}\ +\ 4\ \frac{m}{s^2}\ (20s -\ 10\ s\ )$$

Resolviendo la ecuación nos da un tiempo de $18{,}75s$.

Si queremos saber en qué instante pasa por la coordenada $x = 400m$:

$$400m\ =\ 80m\ +\ 5\frac{m}{s}(t\ -\ 10\ s)\ +\ 2\ \frac{m}{s^2}\ (t\ -\ 10\ s)^2$$

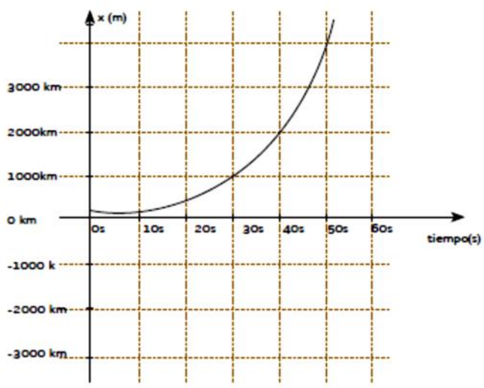
Esto nos lleva a resolver una ecuación cuadrática, que nos da dos resultados:

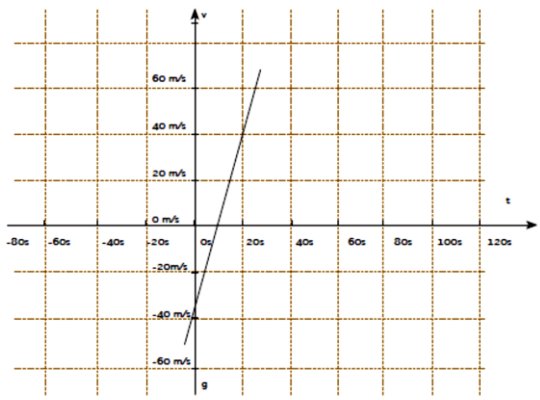
$t_1 = 21{,}46s$

$t_2 = -3{,}96s$

A t_2 lo descartamos por ser un tiempo negativo.

Vamos a realizar las gráficas en función del tiempo:





Una moto pasa por un punto A, a $15\frac{\text{m}}{\text{s}}$, acelerando a $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ hacia otro punto B, que se encuentra a $600m$. Cinco segundos más tarde pasa otra moto por B a $3\frac{\text{m}}{\text{s}}$, acelerando a $4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Halla:

a. Dónde y cuándo se cruzan.

b. La velocidad de cada una en ese instante.

c. Representa para ambas $x = f(t)$ en un mismo gráfico.

Vamos a elegir un sistema de coordenadas ubicando el origen en A y positivo hacia B. Las ecuaciones horarias de ambas motos serán:

$$x_1 = 15\frac{m}{s}t + 1\frac{m}{s^2}t^2$$

$$V_1 = 15\frac{m}{s} + 2\frac{m}{s^2}t$$

$$x_2 = 600m - 3\frac{m}{s}(t - 5s) - 2\frac{m}{s^2}(t - 5s)^2$$

$$V_2 = -3\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}(t - 5s)$$

Para responder a) Se debe cumplir la condición de que $x_1 = x_2$

$$15\frac{m}{s}t + 1\frac{m}{s^2}t^2 = 600m - 3\frac{m}{s}(t - 5s) - 2\frac{m}{s^2}(t - 5s)^2$$

Operando matemáticamente, se obtiene una cuadrática que da como resultado $t_{E1} = 14{,}06s$ y $t_{E2} = -13{,}4s$ El segundo valor se descarta por ser negativo.

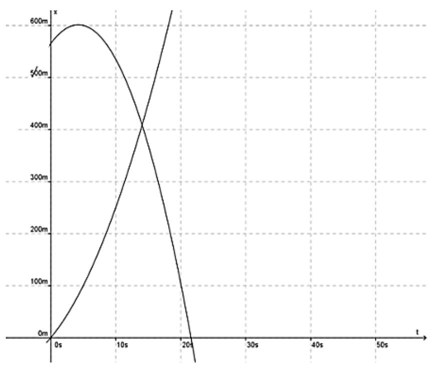
Luego se reemplaza el primer valor en alguna de las ecuaciones de la posición y en las de la velocidad, obteniendo:

$$x_E = 408{,}58m$$

$$v_{1E} = 43{,}12\ m/s$$

$$v_{2E} = -39{,}24\ m/s$$

Finalmente, se gráfica, obteniendo:



4.7 Ejercicios Unidad 4

1) Sentada en el andén de la estación Retiro veo pasar el tren en el cual mi amiga se dirige a la cuidad Nazaret. Mi amiga que viaja en ese tren afirma que soy yo que me estoy alejando. ¿Quién tiene razón?

2) Un espía viaja sin boleto en el tercer vagón del Expreso a Kamtchatka. Al pasar por Katmandú nota que se acerca peligrosamente el guarda desde el segundo vagón. Mientras tanto un agente secreto examina cuidadosamente el paso del tren desde un andén de la estación de Katmandú tratando de reconocer a cada uno de los pasajeros.

a. ¿En qué sentido se mueve el guarda según el espía?¿Y según el agente?

b. ¿Se mueve el agente respecto al espía?¿Y el espía respecto al agente?

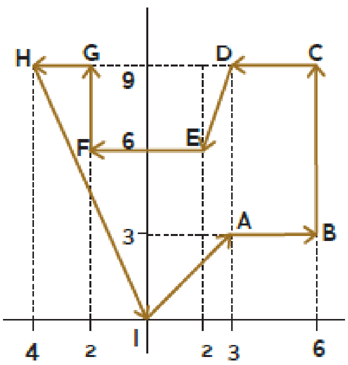
c. ¿Qué conclusión se puede extraer del análisis global de la situación?

3) Un mochilero que viaja en tren durante la noche, se despierta repentinamente. Las persianas del vagón están completamente cerradas. Al encender su linterna ve sobre una mesita un vaso con agua y parte de un cubito de hielo.

a. ¿Podrías sin abrir las persianas, determinar si el tren está detenido en una estación ($v = 0$ respecto de la Tierra) o si está viajando entre estaciones ($v = 0$ respecto de la Tierra)?

b. ¿Podrías determinar si el tren está llegando o saliendo de una estación?

4) En el juego del Pac-man, un bichito corre tras la víctima siguiendo la trayectoria de la figura, partiendo de I. Primero logra comer (en B) unas guindas, después unas frutillas (en C), una manzana (en G) y luego (en I) se come al fantasma.



a. ¿Cuál es el desplazamiento del bichito entre I y B, entre B y C,entre C y G y entre G e I? ¿Cuál es el desplazamiento entre la posición inicial y la final?

b. ¿En alguno de los desplazamientos anteriores coincide éste con la trayectoria?

c. ¿Cambiarían los resultados anteriores si el origen de coordenadas estuviese en el punto A?

5) Un auto viaja $90m$ hacia el norte en $15s$. Luego se da vuelta y recorre $40m$ con rumbo sur en $5s$. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad media del auto durante este intervalo $20s$?

a. $2{,}5\ \frac{m}{s}$

b. $5{,}0\ \frac{m}{s}$

c. $6{,}5\ \frac{m}{s}$

d. $7{,}0\ \frac{m}{s}$

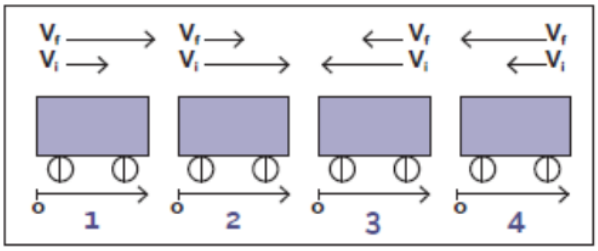
6) En los siguientes objetos en movimiento, indica qué elemento/s de la velocidad varía/n:

a. El caballito de una calesita.

b. Un coche en una ruta recta.

c. Un transeúnte.

7) La figura muestra un vagón moviénose entre dos estaciones, donde V_i y V_f indican las velocidades del mismo en el instante inicial (t_i) y en el instante final (t_f). Si se elige el origen del sistema de coordenadas en 0:



a. Indica los signos de la velocidad inicial y final y los de la aceleración media en cada caso.

b. Propone dos situaciones diferentes a las anteriores. Por ejemplo:posición negativa con V_i y V_f de diferente sentido.

8) Un avión de Aerolíneas Argentinas vuela a $300\ \frac{km}{h}$, mientras que un avión de LAN Chile está volando a $1200\ \frac{km}{h}$. Ambos aviones están volando a la misma altitud y deben dejar caer un paquete. ¿En qué lugar de la Tierra caerán los paquetes con respecto a los aviones que los transportaban? Dibuja la trayectoria de los paquetes

POSICIÓN (metros)	TIEMPO (segundos)
0	0
100	2,3
200	4,6
300	6,9
400	9,2
500	11,5

9) Una partícula realiza un movimiento rectilíneo como se detalla en la siguiente tabla:

a. Representa en un par de ejes coordenados cartesianos la posición en función del tiempo.

b. Calcula la pendiente de la recta.

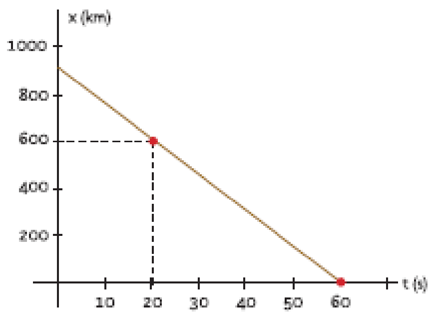
c. ¿Qué representa dicha pendiente?

10) Un automóvil viaja desde Buenos Aires hacia Córdoba con una velocidad de $70\ \frac{km}{h}$, con movimiento uniforme. A las 8 de la mañana está a $200km$ de Buenos Aires. Calcula:

a. ¿A qué hora partió de Buenos Aires?

b. ¿A qué distancia de Buenos Aires estará a las 11 de la mañana?

11) El gráfico de la figura representa la posición de una partícula en función del tiempo.



a. ¿Hacia dónde se desplaza?

b. ¿Con qué rapidez se está moviendo?

c. ¿Cuál es su velocidad?

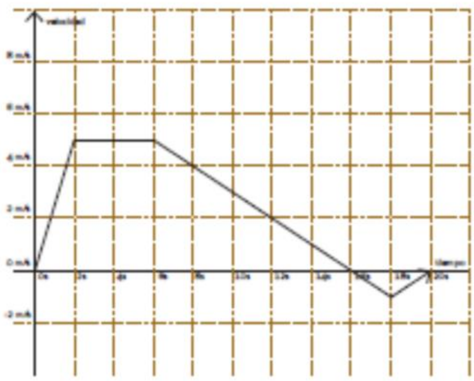
d. ¿Cuál es la ecuación que describe cómo varía la posición con el tiempo?

e. Calcula la posición a los $10s$ iniciado el movimiento.

f. Calcula en qué instante pasa por la posición $x = 300m$.

g. Grafica velocidad vs. tiempo.

12) A partir del gráfico que representa la variación de la velocidad de una partícula en función del tiempo, indica:



a. Los instantes en los cuales la partícula está quieta.

b. Los intervalos de tiempo en los que se desplaza a velocidad constante.

c. Los intervalos de tiempo en los que la partícula se aleja o se acerca al punto de partida.

d. Los intervalos de tiempo en los que aumenta su velocidad o la disminuye.

e. La distancia que recorre mientras se aleja y mientras se acerca al punto de partida. ¿Vuelve a pasar por el mismo punto?

13) Un auto acelera desde el reposo con aceleración constante de $8\frac{m}{s^2}$ en línea recta.

a. ¿Con qué velocidad marchará a los 10s?

b. ¿Cuánto habrá recorrido en 10s?

14) Un objeto que se desplaza en línea recta tiene una velocidad inicial de $5\frac{m}{s}$ y una aceleración constante de $2\frac{m}{s^2}$. Cuando su velocidad sea de $25\frac{m}{s}$ ¿Cuánto camino habrá recorrido?

15) Un objeto que se desplaza en línea recta con aceleración constante tiene una velocidad de $10\frac{m}{s}$ cuando está en $x = 6m$ y $v = 15\frac{m}{s}$ cuando está en $x = 10m$ ¿Cuál es su aceleración?

16) Un objeto que se desplaza en línea recta tiene una aceleración constante de $4\frac{m}{s^2}$. Su velocidad es de $1\frac{m}{s}$ cuanto $t = 0$, en cuyo instante está en $x = 7m$ ¿Con qué velocidad y en qué momento se halla a $8m$ de su punto de partida?

17) ¿Cuánto tiempo tardará una partícula que se desplaza en línea recta en recorrer $100m$ si parte del reposo y acelera a $10\frac{m}{s^2}$? ¿Cuál será su velocidad cuando haya recorrido $100m$?

18) Un tren se mueve a lo largo de una vía recta con una velocidad de $180\ \frac{km}{h}$. Al aplicar los frenos su aceleración de frenado es de $2\ \frac{m}{s^2}$. Suponiendo que la aceleración permanece constante, ¿a qué distancia de una estación el maquinista deberá aplicar los frenos para que el tren se detenga en ella? ¿Cuánto tardará el tren en detenerse?

19) El maquinista de un tren de pasajeros que lleva una velocidad de $30\ \frac{m}{s}$ ve un tren de cargas cuyo último vagón se encuentra $180m$ por delante en la misma vía. El tren de cargas avanza en el mismo sentido que el de pasajeros, con una velocidad de $9\frac{m}{s}$. El maquinista del tren de pasajeros aplica inmediatamente los frenos produciendo una aceleración constante de $1{,}2\ \frac{m}{s^2}$ mientras que el otro tren continúa su marcha a velocidad constante. ¿Chocarán ambos trenes?

20) Un pasajero corre a $4\frac{m}{s}$ para alcanzar un tren. Cuando está a una distancia d, el tren arranca con aceleración constante $a = 4\frac{m}{s^2}$ alejándose del pasajero.

a. Si $d = 12m$ y el pasajero sigue corriendo a velocidad constante,¿llegará a alcanzar al tren?

b. Realiza un gráfico de la función posición $x(t)$, escogiendo $x = 0m$ en $t = 0s$ correspondiente al tren. En el mismo gráfico dibuja la función x(t) correspondiente al pasajero, para $d = 12m$.

c. Halla el valor crítico dc, para el cual el pasajero alcanza justamente el tren.

d. Para el valor critico d_c, ¿cuál es la velocidad del tren cuando el pasajero lo alcanza?

5. BIBLIOGRAFÍA

PRODANOFF, F.- *Seminario Universitario* - Secretaría Académica UTN – 2013

SEMINARIO DE INGRESO UNIVERSITARIO – Facultad Regional Reconquista - 2008

SERWAY- JEWETT- *Física para ciencias e ingeniería* - Vol 1- 7º edición - Ed. Cengage Learning – 2009

SEARS - ZEMANSKY - YOUNG. - *Física Universitaria*- Vol 1- Addison Wesley.- 12º edición.- 2009